

مع

# سلسلة رفعة

للرياضيات متعة



تطوير - إنتاج - توثيق

أسهل

أجمل

# ثالث متوسط

تأليف

رفعه ناصر سعد العرجاني  
إبتسام حسن عطيه الزهراني  
أمل عطيه معيض المزروعي  
أشواق محمد أحمد الغامدي  
صالحة عبد الله عسيري

مراجعة

بتول سالم موسى فاضل  
مطلق زائد الحارثي

أبسط

الفصل الدراسي الثاني

نسخة إلكترونية مجانية لا تباع

## فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية

أ / رفعه العرجاني / أمل المزروعي / إبتسام الزهراني  
مع سلسلة رفعة الرياضيات ( للرياضيات متعة )  
لصف الثالث متوسط - الفصل الدراسي الثاني  
رقم الإيداع ١٤٤٢/٦٥٧١ تاريخه ١٤٤٢/٨/١  
رقم الدرمة ١ - ٩٩٤٧ - ٠٣ - ٦٠٣ - ٩٧٨

---

### الرياضيات البسيطة

( الصف الثالث متوسط - الفصل الدراسي الثاني )

أ / أشواق محمد المانع الغامري

رقم الإيداع ١٤٤٢/٦٥٧٢ تاريخه ١٤٤٢/٨/١  
رقم الدرمة ٤ - ٧٥٠٠ - ٠٣ - ٦٠٣ - ٩٧٨

---

### شاهد وحك

أ / صالحه عبد الله عسييري

( الصف الثالث متوسط - الفصل الدراسي الثاني )

رقم الإيداع ١٤٤٢/٤١٧٩ تاريخه ١٤٤٢/٦/١  
رقم الدرمة ٩ - ٦٤٤٥ - ٠٣ - ٦٠٣ - ٩٧٨

# بسم الله الرحمن الرحيم

## المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

نبذة تعريفية لمجموعة رفعة

هي مجموعة تُدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات ، وابتكار الأفكار الإبداعية

للتعليم العام ، والانتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام و بهدف التسهيل والتيسير مادة الرياضيات تقدم مجموعة رفعة بين أيديكم

هذا العمل ضمن ( سلسلة كتب رفعة ) وتتميز هذه الكتب بما يلي :

○ عرض المحتوى بصورة جذابة ومشوقة

○ عروض بصرية ( باركود ) في كل درس

○ اختبار قصير بعد كل درس ( اختبار نفسك )

○ ملحق للإجابات ل ( اختبار نفسك ) للتأكد من صحة الحل

و نطمح من خلاله إلى توصيل المفاهيم الرياضية وموضوعات المنهج بصورة سلسة وواضحة

وذلك لإفادة أبنائنا الطلاب وبناتنا الطالبات وتوفيراً لجهود معلمينا ومُعلماتنا الأفاضل

والله ولي التوفيق

## حسابات مجموعة رفعة الرياضيات



[الدورات التدريبية](#)



[Snapchat](#)



[Twitter](#)



[المكتبة الرقمية](#)



[Instagram](#)



[YouTube](#)



[قناة ثالث متوسط](#)

لإضافة جميع حسابات وقنوات رفعة

[اضغط هنا](#)

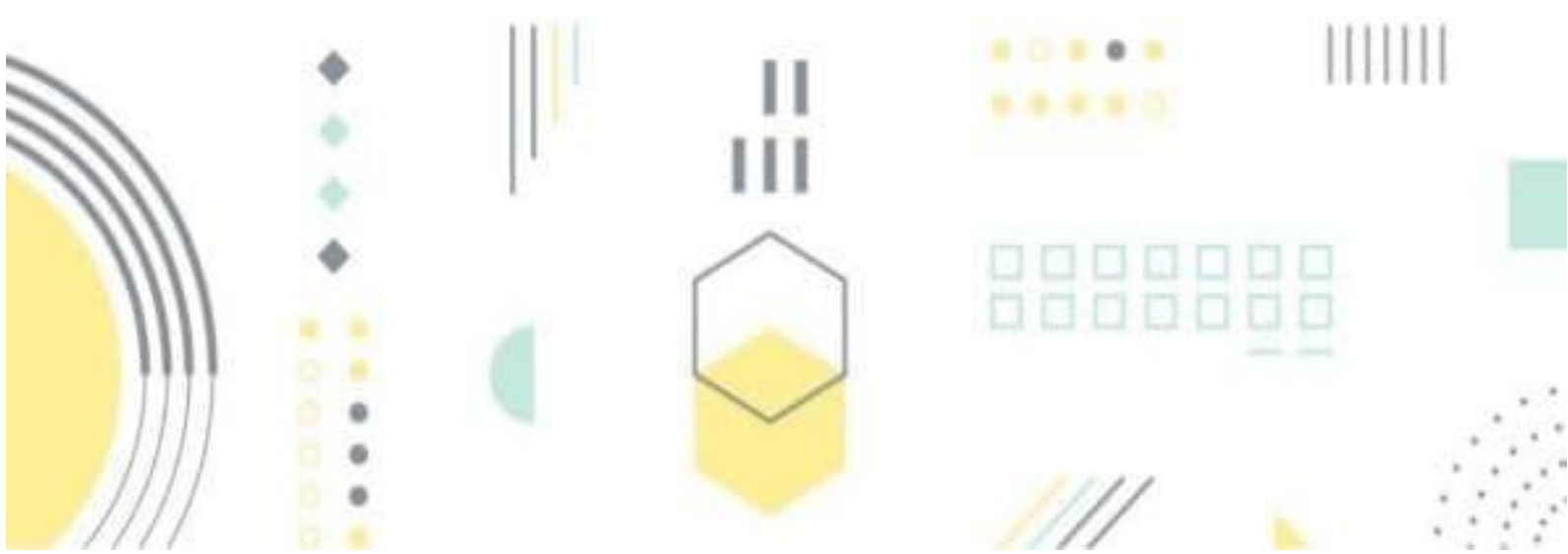


للوصول للعروض البصرية والفيديوهات التعليمية  
يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول  
أو الضغط على الايقونة

قناة شاهد وحل  
أ/صالحه عبد الله عسيري



قناة الرياضيات البسيطة  
أ/أشواق محمد المانع الغامدي



## الفصل السادس: كثيرات الحدود

اختبر نفسك	الدرس	الفيديو	العرض البصري	عنوان الدرس
اختبر نفسك	الدرس			ضرب وحيدات الحد
اختبر نفسك	الدرس			قسمة وحيدات الحد
اختبر نفسك	الدرس			كثيرات الحدود
اختبر نفسك	الدرس			جمع كثيرات الحدود وطرحها
اختبر نفسك	الدرس			ضرب وحيدة الحد في كثيرة حدود
اختبر نفسك	الدرس			ضرب كثيرات الحدود
اختبر نفسك	الدرس			حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

## ماذا سأتعلم؟!

- أضرب وحدات الحد
- أبسط عبارات تتضمن وحدات الحد.

# ٦-١ ضرب وحدة الحد

تذكر:

إجراء العمليات على العبارات الأسية.

وحدات الحد: هي عبارة عن عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة.



٢٣ : وحدة حد لإنها عدد.

٥س : وحدة حد لإنها حاصل ضرب عدد في متغير.

$\frac{٥س٢}{ص}$  ليست وحدة حد لإنها تتضمن متغير في المقام .

٤ + ٥س٢ : ليست وحدة حد لإنها تتضمن عملية الجمع لذا فهي مكونة من أكثر من حد

أمثلة

## العمليات على وحدات الحد

### قوة حاصل الضرب

لإيجاد قوة حاصل الضرب اجد قوة كل عامل.

مثال

$$\begin{aligned} & (٣س٣ ص٥)٣ \\ & = ٣(٣)٣(٥س٣)٣(ص٣)٣ \\ & = ٣١٥س٢٧ ص٣ \end{aligned}$$

### قوة القوة

لإيجاد قوة القوة نضرب الأسس.

مثال

$$\begin{aligned} & (٢ع٧)٤ = ١٤ع \\ & [(٢ب٣)٢]٣ = ١٢ب \end{aligned}$$

### ضرب القوى

لضرب قوتين لهما الأساس نفسه اجمع أسيهما.

مثال

$$\begin{aligned} & (٢س٥)٣ (٧س٣)٥ \\ & = (٧٣س٥)٣+٥ \\ & = ١٤س٥ \end{aligned}$$

## تبسيط العبارات التي تتضمن وحدات حد

مثال

$$\begin{aligned} & (-٢ج٣ه)٢(-٣ج٤ل٢)٢(ج٤ه٢)٢ \\ & = -٢ج٣ه٢(-٣ج٢ل٢)٢(ج٢ه٢)٢(ج٢ل٢)٢ \\ & = -٢(٩)٢ج٣ج٢ه٢ه٢ل٢ل٢ \\ & = -١٨ج٧ه٢ل٢ \end{aligned}$$

تبسيط عبارة تتضمن وحدات حد يعني أن يظهر كل متغير على صورة أساس مرة واحدة. (١) لا تتضمن العبارة قوة قوة. (٢) تكون جميع الكسور في أبسط صورة. (٣)

## اختبر نفسك

### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- أي مما يلي لا يعتبر وحيدة حد :

(أ) $\frac{س ص ع}{٢}$	(ب) $\frac{م ف - ٢}{ن}$	(ج) $٢٣ أ ب ج د$	(د) $٣ س ٢ ص ٣ ك$
٢- تبسيط العبارة $(٣ ن ٦) (٢ ن ٢) =$			
(أ) $١٢ ن$	(ب) $٨ ن$	(ج) $٨ ن$	(د) $١٢ ن$

### ٢- اكمل الفراغات التالية :

١- إذا كان طول مستطيل ٢٥ س<sup>٣</sup>، وعرضه ٥ س<sup>٢</sup> فإن مساحته تساوي .....

٢- يسمى العدد أو المتغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة .....

### ٣- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه تضرب الأسس ( )

٢- العبارة س - ٢١ وحيدة حد ( )

### ٤- بسط كل عبارة مما يأتي:

$$٢ [٢ (٣ ٢)]$$

$$٢ - ٢ ف ٢ ج ٣ ل ٢ ٣$$

$$(٥ م ٤ ف) (٧ م ٤ ف ٣)$$

**ماذا ستعلم؟**  
 أبسط عبارات تحتوي أسساً سالبة أو صفرية.  
 أجد ناتج قسمة وعيدي حد.



**تذكر:**  
ضرب وعيدات الحد

## ٦-٢ قسمة وعيدات الحد

**قوى القسمة**  
 لإيجاد قوة القسمة  
 أوجد كلاً من قوة البسط وقوة المقام

مثال

$$\frac{12 \text{ سن}^{27}}{64} = \frac{3^3 (3 \text{ سن}^9)}{2^6} = \frac{3^3 (3 \text{ سن}^9)}{2^6} = \frac{3^3 \text{ سن}^9}{2^6}$$

**قسمة القوى**  
 عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه أطرح أسيهما  
 (أالبسط - أس المقام)

مثال

$$10 \text{ سن}^2 \div 5 \text{ سن}^4 = (2 \text{ سن}^2) (5 \text{ سن}^4) = \frac{2 \text{ سن}^2}{5 \text{ سن}^4}$$

**خاصية الأسس السالبة**  
 أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة سالبة  
 يساوي مقلوب هذا العدد

مثال

$$\frac{2 \text{ سن}^4}{3} = \frac{2 \text{ سن}^4}{3} = \frac{2 \text{ سن}^4}{3}$$

**خاصية الاس الصفرى**  
 أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة صفر يساوي واحد

مثال

$$1 = (2 \text{ سن})^0$$

$$1 = (12)^0$$

## رتبة المقدار

تستعمل رتبة المقدار مقارنة المقادير وتقدير الحسابات وإجرائها بسرعة وتعبر عن العدد مقرباً إلى أقرب قوى العشرة

مثلاً العدد ٩٥٠٠٠٠ مقرباً إلى أقرب قوى العشرة هو ١٠ أو ١٠٠٠٠٠٠٠ لذا فإن رتبة المقدار ٩٥٠٠٠٠ هي ٦١٠

## اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$= \frac{٢٤ م ن}{٢ م}$$

(أ) $\frac{٢ ن}{م}$	(ب) $\frac{٢ م}{ن}$	(ج) $٢ م ن$	(د) $٣ م ن$
٢- تبسيط العبارة $= \frac{ب٤ ج د}{ب ج}$			
(أ) $٢ ب ج$	(ب) $ب٤ ج د$	(ج) $ب٤ د$	(د) $ب٤ ج د$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- تستعمل لمقارنة المقادير و تقدير الحسابات و اجرائها بسرعة و تعبر عن العدد مقربا الى اقرب قوى العشرة .....

٣- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة و علامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه تطرح الأسس ( )

٢- تبسيط العبارة  $(٣ س٢ ص) = ٣ س٢ ص$  ( )

٤- بسط كل عبارة مما يأتي مفترضا أن المقام لا يساوي صفرا :

$$\left( \frac{٣ س٤}{٤ ص٣} \right)^٣$$

$$\frac{٣ ن - ١ س٥}{٥ ن س٥}$$

$$\frac{٢ ن٧ ف٢}{٢ ن٧ ف٢}$$

## ماذا سأتعلم؟

- ✓ أجد درجة كثيرة الحدود
- ✓ أكتب كثيرة الحدود بالصورة القياسية .



# ٦-٣ كثيرات الحدود

## تذكر:

تميز وحدات الحد وخصائصها

كثيرة الحدود: هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد، وتسمى كل وحيدة حد منها حداً في كثيرة الحدود

## وبعض كثيرات الحدود تحمل أسماء خاصة منها

### ثلاثية الحدود

هي عبارة عن مجموع ثلاث وحيدات حد في أبسط شكل  
مثل:  $٨ + ٣س + ٢س^٢$

### ثنائية الحدود

هي عبارة عن مجموع وحيدتي حد في أبسط شكل  
مثل:  $٣ + ٥س$

### وحيدة الحد

هي عبارة عن عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر  
مثل:  $٥س$

## كثيرات الحدود بالصورة القياسية

الصيغة القياسية لكثرة الحدود  
كتابة الحدود بالترتيب التنازلي حسب درجتها

### المعامل الرئيس

معامل أول حد لكثيرة الحدود بعد كتابتها بالصيغة القياسية

مثال: أكتب كثيرة الحدود  $٢س^٤ + ٣س^٣ + ٤س^٢ + ٥س + ٦$

بالصيغة القياسية وحدد المعامل الرئيس  
الحل: الخطوة الأولى: احدد درجة كل حد

$$\begin{array}{cccc} & ٤ & ٣ & ٢ \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ ٢س^٤ + ٣س^٣ + ٤س^٢ + ٥س + ٦ \end{array}$$

الخطوة الثانية: أكتب الحدود بالترتيب التنازلي لدرجاتها

$$٢س^٤ + ٣س^٣ + ٤س^٢ + ٥س + ٦$$

فيكون المعامل الرئيس هو ٤

## درجة كثيرة الحدود

### إذا كانت وحيدة حد

درجتها هي مجموع أسس كل متغيراتها

مثال:  $٢س^٣$  صن

من الدرجة الرابعة لان مجموع الأسس  $(٣ + ١) = ٤$

### إذا كانت كثيرة حدود

توجد درجة كل حد من كثيرة الحدود وأعلى درجة منها هي درجة كثيرة الحدود مع العلم ان درجة الثابت تساوي صفر

مثال:  $٢س^٤ + ٣س^٣ + ٤س^٢$

الحد الأول:  $٤$  من الدرجة الأولى

الحد الثاني:  $٣$  من الدرجة الثالثة

الحد الثالث:  $٢$  (حد ثابت) درجته صفر

أعلى درجة منها الثالثة

إذن كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة

## اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تصنف كثيرة الحدود ٢ س<sup>٢</sup> - ٤ س - ٦ على أنها :

أ) وحيدة حد	ب) ثنائية حد	ج) ثلاثية حدود	د) غير ذلك
٢- درجة وحيدة الحد ٢ د <sup>٥</sup> ب <sup>٣</sup> هي :			
أ) الثالثة	ب) الخامسة	ج) الثامنة	د) الثانية

٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( \* ) أمام العبارة الخاطئة :

١- درجة كثيرة الحدود ٤ س<sup>٥</sup> + ٥ س - ٣ من الدرجة الثالثة ( )

٣- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

مجموع أسس كل متغيراتها

كثيرة الحدود

أكبر درجة لأي حد من حدودها

درجة وحيدة الحد

هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد

درجة كثيرة الحدود

٤- اكتب كثيرة الحدود فيما يأتي بالصورة القياسية , وحدد المعامل الرئيس فيها :

- س<sup>٢</sup> + ٣ س + ٣ س

ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أجمع كثيرات حدود
- ✓ أطرح كثيرات حدود



تذكر:



كتابة كثيرات الحدود  
بالصورة القياسية.

## ٦-٤ جمع كثيرات الحدود

جمع كثيرات الحدود

يتم جمع كثيرات الحدود بجمع الحدود المتشابهة

مثال:  $(1 + 6x + 4x^2) + (7 + 5x + 3x^2)$

بجمع الحدود المتشابهة  $[1+7] + [6x+5x] + [4x^2+3x^2]$

$$8 + 11x + 7x^2 =$$

طرح كثيرات الحدود

يمكن طرح كثيرة الحدود بإضافة نظيرها الجمعي

مثال:  $(2 + 3x + 2x^2) - (9 + 6x + 4x^2)$

=  $(2 - 9) + (3x - 6x) + (2x^2 - 4x^2)$  بإضافة النظير الجمعي

=  $[-7] + [-3x] + [-2x^2]$  بجمع الحدود المتشابهة

$$= 7 + 3x + 2x^2$$

## اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$١- \text{ناتج } (٢ \text{ ص} - ٥) - (٣ \text{ ص} + ١) =$$

أ) ٥ ص + ٦	ب) ٤ ص -	ج) ٦ ص -	د) ٤ ص -
------------	----------	----------	----------

٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة:

١- يتم جمع كثيرتي حدود بجمع الحدود المتشابهة ( )

٣- أوجد ناتج مايلي :

$$(٢ \text{ ص} - ٣ \text{ ص} + ٢ \text{ ص}^٢) + (٣ \text{ ص} - ٢ \text{ ص} + ٢ \text{ ص}^٢)$$

$$(٨ \text{ ص} - ١٠ + ٥ \text{ ص}^٢) - (٧ \text{ ص} - ٢ + ١٢ \text{ ص}^٢)$$

٤- اكتشف الخطأ: يجد كل من تامر و سلطان ناتج:  $(٢ \text{ ص} - ٢) - (٣ \text{ ص} + ٣ \text{ ص} - ٢)$ . فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.

سلطان

$$\begin{aligned} & (٢ \text{ ص} - ٢) - (٣ \text{ ص} + ٣ \text{ ص} - ٢) \\ & (٢ \text{ ص} - ٢) + (-٣ \text{ ص} - ٣ \text{ ص} + ٢) = \\ & = ٢ \text{ ص} - ٤ \text{ ص} - ٢ \end{aligned}$$

تامر

$$\begin{aligned} & (٢ \text{ ص} - ٢) - (٣ \text{ ص} + ٣ \text{ ص} - ٢) \\ & (٢ \text{ ص} - ٢) + (-٣ \text{ ص} - ٣ \text{ ص} + ٢) = \\ & = ٥ \text{ ص} - ٢ - ٤ \text{ ص} - ٢ \end{aligned}$$

## ماذا سأتعلم؟

- ✓ أضرب وعيدة حد في كثيرة حدود
- ✓ أعل معادلات تتضمن حاصل ضرب وعيدات حد في كثيرات حدود



تذكر:



ضرب وعيدات الحد.

## ٦-٥ ضرب وعيدة الحد في كثيرة حدود

### ضرب وعيدة حد في كثيرة حدود

لإيجاد حاصل ضرب كثيرة حدود في وعيدة حد نستعمل

خاصية التوزيع

$$\text{مثال: } ٢س(٥س + ٧)$$

$$= ٢س(٥س) + ٢س(٧) \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$= ١٠س٢ + ١٤س \quad \text{بالضرب}$$

### تبسيط العبارات التي تتضمن ضرب كثيرات الحدود

$$\text{مثال: } ٤د(٥د + ٣) - ٢(٢د + ٩)$$

$$= ٤د(٥د) + ٤د(٣) - ٢(٢د) - ٢(٩) \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$= ٢٠د٢ + ١٢د - ٤د - ١٨ \quad \text{بالضرب}$$

$$= ٢٠د٢ + ٨د - ١٨ \quad \text{خاصية التجميع}$$

$$= ١٦د٢ + ٨د - ١٨ \quad \text{بتجميع الحدود المتشابهة}$$

### معادلات تتضمن كثيرات حدود في طرفيها

نستطيع حل معادلات تتضمن حاصل ضرب وعيدة حد بكثيرة حدود باستعمال خاصية التوزيع

$$\text{مثال: } ٣س(٣س + ٤) - ٩س(٤س - ١) = ١٦$$

$$٣س(٣س) + ٣س(٤) - ٩س(٤س) - ٩س(-١) = ١٦ \quad \text{بالتوزيع}$$

$$٩س٢ + ١٢س - ٣٦س٢ + ٩س = ١٦ \quad \text{بالضرب}$$

$$٧س - ٢٧س٢ = ١٦ \quad \text{بالتجميع}$$

$$٧س - ٢٧س٢ - ١٦ = ٠ \quad \text{إضافة } ١٦ \text{ في الطرفين}$$

$$٢ = ٣س \quad \text{بالقسمة على } ٧$$

## اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$١- \text{ ناتج } ٣س٢ (٢س٢ - س) =$$

أ) ٥س٣ - ٤س٣	ب) ٦س٣ - ٤س٣	ج) ٥س٣ - ٤س٣	د) ٦س٣ - ٤س٣
٢- حل المعادلة $٣(٢ - ن) = ٤ - (٣ - ن)$ هو:			
أ) ٣	ب) ٤	ج) ٦	د) ٧

٢- أوجد ناتج الضرب :

$$٣-٤س٣ (٢س٢ - ٤س٢ - ٦س٣ - ٥)$$

٤- حل المعادلة  $٢(٣ + ن) - ١٨ = ٢(٣ - ن)$

٣- بسط العبارة  $س(٣س٢ + ٤) + ٢(٧س - ٣)$

٥- اشترى أحمد تلفازا جديدا . ارتفاع شاشته يساوي نصف عرضها . بالإضافة إلى ٥ بوصات . و عرضها ٣٠ بوصة . أوجد ارتفاع الشاشة بالبوصات .

تذكر:



ضرب وحيدة حد في  
كثيرة حدود

## ٦\_٦ ضرب كثيرات الحدود

ضرب ثنائي حد

تستعمل خاصية التوزيع لضرب ثنائي حد  
ويمكن ضرب ثنائي حد بإحدى الطريقتين

الطريقة الرأسية

الطريقة الافقية

مثال: أوجد ناتج الضرب

$$\begin{array}{r} ٥+س \\ ٢+س \\ \hline ١٠+٢س \\ ١٠+س٢ \\ \hline ١٠+٧س+س٢ \end{array}$$

مثال: أوجد ناتج الضرب

$$\begin{aligned} &(٥+س)(٢+س) \\ &= (س)(س) + (س)(٢) + (س)(٥) + (٥)(٢) \\ &= س٢ + ١٠س + ٥س + ١٠ \\ &= س٢ + ١٥س + ١٠ \end{aligned}$$

نلاحظ انه عند ضرب عبارتين خطيتين تكون النتيجة عبارة تربيعية. العبارة التربيعية هي ذات متغير واحد من الدرجة الثانية. ونتيجة ضرب ثلاث عبارات خطية، هي عبارة من الدرجة الثالثة

### طريقة التوزيع بالترتيب

هي ناتج جمع كل من: ضرب الحدود الأولى، وضرب الحدود في الطرفين، وضرب الحدود الأوسطين، وضرب الحدود الآخرين بالترتيب

$$\begin{aligned} \text{مثال: } &(٣+س)(٢+س) = (س)(س) + (س)(٣) + (س)(٢) + (٣)(٢) \\ &= س٢ + ٣س + ٢س + ٦ \\ &= س٢ + ٥س + ٦ \end{aligned}$$

يمكن استعمال خاصية التوزيع لإيجاد حاصل ضرب كثيرات حدود تحتوي على أكثر من حدين

$$\begin{aligned} \text{مثال: } &(٧+س)(٤+س) = (س)(س) + (س)(٤) + (س)(٧) + (٤)(٧) \\ &= س٢ + ٤س + ٧س + ٢٨ \\ &= س٢ + ١١س + ٢٨ \end{aligned}$$

## اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$= (٥ + س) (٣ + س٢) \text{ ناتج } ١$$

أ) $٢س٢ + ٨س + ١٥$	ب) $١٥س٢ + ٧س + ١٥$	ج) $٢س٢ + ١٣س + ١٥$	د) $٢س٢ + ١٣س + ٨$
--------------------	---------------------	---------------------	--------------------

٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة:

١- تستعمل طريقة التوزيع بالترتيب في ضرب ثنائي حد ( )

٢- العبارة التربيعية هي عبارة ذات متغير واحد من الدرجة الثالثة ( )

٣- أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(٤ص٢ - ٣)(٤ص٢ + ٧ص + ٢)$$

$$(٢ + م)(٣ - م٤)$$

يحيط ممر عرضه س بحديقة مستطيلة الشكل طولها ٨ أمتار . و عرضها ٦ أمتار . أكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للحديقة والممر .

تذكر:



ضرب ثنائي حد  
باستعمال طريقة التوزيع  
بالترتيب

ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أجد مربع مجموع حدين ومربع الفرق بينهما
- ✓ أجد ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما



## ٦\_٧ حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

مربع الفرق بين حدين

= مربع الفرق بين حدين

مربع الاول - ٢ X الاول X الثاني + مربع الثاني

$$(أ-ب)^2 = أ^2 - ٢أب + ب^2$$

مثال

$$(٣+ب)^2$$

$$= (٣)^2 + ٢(٣)(ب) + (ب)^2$$

$$= ٩ + ٦ب + ب^2$$

مربع مجموع حدين

= مربع مجموع حدين

مربع الاول + ٢ X الاول X الثاني + مربع الثاني

$$(أ+ب)^2 = أ^2 + ٢أب + ب^2$$

مثال

$$(٥+٢س)^2$$

$$= (٥)^2 + ٢(٥)(٢س) + (٢س)^2$$

$$= ٢٥ + ٢٠س + ٤س^2$$

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

= مربع الحد الاول - مربع الحد الثاني

$$(أ+ب)(أ-ب) = أ^2 - ب^2$$

مثال

$$(٤+٣د)(٤-٣د) = (٤)^2 - (٣د)^2$$

$$= ١٦ - ٩د^2$$

## اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$١- \text{ناتج } (٦ \text{ ص} - ٣) = ٢$$

$$\text{د) } ٣٦ \text{ ص} - ٢ - ١٨ \text{ ص} - ٩$$

$$\text{ج) } ٣٦ \text{ ص} - ٢ - ٩$$

$$\text{ب) } ٣٦ \text{ ص} - ٢ - ٣٦ \text{ ص} + ٩$$

$$\text{أ) } ٣٦ \text{ ص} + ٢ - ١٨ \text{ ص} - ٩$$

٢- مربع طول ضلعه ص وحدة إذا نقص طول كل ضلع ٩ وحدات فإن العبارة التي تمثل مساحة المربع الجديد هي :

$$\text{د) } ٨١ \text{ ص} + ٢ - ١٨ \text{ ص}$$

$$\text{ج) } ١٨ \text{ ص} - ٢ - ١٨ \text{ ص} + ١٨$$

$$\text{ب) } ١٨ \text{ ص} - ٢$$

$$\text{أ) } ٨١ \text{ ص} - ٢$$

٢- أوجد ناتج مايلي :

$$(٥ \text{ ص} - ٢) \text{ ص} ٢$$

$$(٥ \text{ ص} + ٢) \text{ ص} ٢$$

$$(٢ \text{ ص} - ٣) (٢ \text{ ص} + ٣)$$

٣- حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي :

$$(٢ + د) (٢ + ج)$$

$$(٢ + د) (٢ + ج)$$

$$(٢ - د) (٢ + ج)$$

$$(٢ - د) (٢ - ج)$$

## الفصل السابع: التحليل والمعادلات التربيعية

اختبر نفسك	الدرس	الفيديو	العرض البصري	عنوان الدرس
اختبر نفسك	الدرس			تحليل وحيدات الحد
اختبر نفسك	الدرس			استعمال خاصية التوزيع
اختبر نفسك	الدرس			المعادلات التربيعية: س <sup>٢</sup> + ب ص + ج = ٠
اختبر نفسك	الدرس			المعادلات التربيعية: أس <sup>٢</sup> + ب ص + ج = ٠
اختبر نفسك	الدرس			المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين
اختبر نفسك	الدرس			المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

ماذا سأتعلم؟  
 أحلل وعيدة الحد إلى عواملها  
 أجد القاسم المشترك الأكبر  
 لوعيدات الحد

## ٧\_١ تحليل وعيدات الحد

تذكر:



ضرب وعيدات حد  
 قسمة كثيرات حدود على  
 وعيدة حد



### القاسم المشترك الأكبر

القاسم المشترك الأكبر: هو حاصل ضرب العوامل الأولية  
 المشتركة لهذين العددين وهو أكبر عدد يكون عاملاً لهذه  
 الأعداد ويرمز له بالرمز (ق.م.أ)

### الصيغة التحليلية

تكون وعيدة الحد بالصيغة التحليلية إذا عبر عنها بحاصل ضرب  
 أعداد أولية ومتغيرات بأس (١)

مثال:  $10x^3 + 2x^2 = 2x^2(5x + 1)$

### القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وعيدات الحد

مثال: أوجد (ق.م.أ) لوعيدي الحد:  $6x^3 + 18x^2 + 6x$

$6x^3 = 2 \times 3 \times x \times x \times x$  احلل كل وعيدة حد تحليلياً تماماً

$18x^2 = 2 \times 3 \times 3 \times x \times x$  أضع دائرة حول العوامل المشتركة

إذن (ق.م.أ) لوعيدي الحد  $6x^3 + 18x^2 + 6x$  هو  $6x$

### إيجاد القاسم المشترك الأكبر

مثال: لدى نورة ٢٠ وردة و ٣٥ زنبقة لعمل باقات زهور فما أكبر عدد من الباقات المتماثلة يمكن عملها دون  
 ترك أي زهرة؟ وما عدد زهور كل نوع في كل باقة؟

الحل: أوجد (ق.م.أ) للعددين ٢٠ و ٣٥

أختب تحليل كل عدد إلى عوامله الأولية  $20 = 2 \times 2 \times 5$

أحدد العوامل المشتركة  $20 = 2 \times 5$

أذن (ق.م.أ) للعددين ٢٠ و ٣٥ هو  $5 = 10$  لذا يمكن لنورة عمل عشر باقات

وبما أن  $20 = 10 \times 2$ ،  $30 = 10 \times 3$  لذا فستحتوي كل باقة على ورتين و ٣ زنباق

## اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ق.م. ١. لوحيدتا الحد ه ب ، ١٥ أ ب <sup>٢</sup>			
أ) ٣ ب	ب) ١٥ أ ب	ج) ٥ أ ب	د) ٥ ب
٢- التحليل التام للعبارة ٦ س <sup>٢</sup> ص هو:			
أ) ٢ × ٣ × س × س × ص	ب) ٦ × س × ص	ج) ٦ × س × س × ص	د) ٢ × ٣ × س × ص

٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة:

١- القاسم المشترك الأكبر لعددتين أو أكثر هو اصغر عدد يكون عاملا لكل من هذه الأعداد ( )

٢- تكون وحيدة الحد بالصيغة التحليلية اذا عبر عنها بحاصل ضرب أعداد أولية و متغيرات بأس ١ ( )

٣- حل كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلا تاما :

$$١٢ س^٢ ص^٤$$

$$٣٨ ر ب^٢ ن^٢$$

٥- ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل العرض المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتهما ١٥ سم<sup>٢</sup> ، ١٦ سم<sup>٢</sup> . علما بأن بعدي كل منهما عددان كليان .

٤- أوجد ( ق . م . أ ) لوحيدات الحد الآتية :

$$٢٤ م د^٣ ، ٤٨ م^٢ د$$

تذكر:



إيجاد القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وحدات الحد

## ٧-٢ استعمال خاصية التوزيع

ماذا سأتعلم؟  
✓ كيفية استخدام خاصية التوزيع  
✓ لتحليل كثيرة الحدود  
✓ حل المعادلات التربيعية



$$\begin{aligned} & 27x^2 + 18x \\ & \text{نوجد القاسم المشترك الأكبر لجميع الحدود} \\ & \text{الحد الأول} = 3 \times 3 \times 3 \times x \\ & \text{الحد الثاني} = 2 \times 3 \times 3 \times x \\ & \text{القاسم المشترك الأكبر لكليهما} = 3 \times 3 \times x = 9x \\ & 27x^2 + 18x = 9x(3x + 2) \\ & = 9x(3 + 2) \end{aligned}$$

استعمال خاصية التوزيع في التحليل



التحليل بتجميع الحدود



$$\begin{aligned} & \text{حل / } 5r + 5 - r - 5 \\ & \text{نجمع الحدود ذات العوامل المشتركة} \quad (5-5) + (r-r) \\ & \text{نحلل كل تجميع باستخراج ق.م.أ.} \quad (1-1)5 + (1-1)r \\ & \text{خاصية التوزيع} \quad (1-1)(5+r) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{حل / } 7k - 42 + 12k - 6k \\ & \text{جمع حدودها عوامل مشتركة} \quad (7k - 42) + (12k - 6k) \\ & \text{نحلل كل تجميع باستخراج ق.م.أ.} \quad (7-6)k + (6-6)k \\ & \quad 7k - 6k = k \quad [(7-6)(1-1)] \\ & \text{خاصية التجميع} \quad (7-6)k - (6-6)k \\ & \text{خاصية التوزيع} \quad (7-6)(k-6) = \end{aligned}$$

التحليل بتجميع الحدود (العوامل نظائر جمعية)



حل المعادلة التالية وتحقق من صحة الحل :  $x^2 = 3$

$$\begin{aligned} & x^2 = 3 \\ & x = (3-x) \cdot 0 \\ & \text{إما } x = 0 \text{ أو } x = 3 \\ & \text{إذا الجذران هما } 3, 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{التحقق / } 0 = (0)^2 \\ & 9 = (3)^2 \end{aligned}$$



خاصية الضرب الصفري



## اختبر نفسك

### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٥س - ١٠ص هو =			
(أ) ٥ص	(ب) ٥ص (س-٢)	(ج) ص (٥س-١٠)	(د) (س-٢)
٢- مجموعة حل المعادلة ٣س (س-١) = ٠ هي :			
(أ) {٠}	(ب) {١،٠}	(ج) {١،٠}	(د) {١}

### ٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( \* ) أمام العبارة الخاطئة :

١- إذا كان حاصل ضرب عاملين صفرا، فإن أحد العاملين على الأقل يساوي صفرا ( )

#### ٤- حلل كثيرة الحدود الآتية :

$$١٦ + م٨ + ن٢ + م٢$$

#### ٣- استعمل خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود

$$١٢ل٢ك + ٦ل٢ك + ٢ل٢ك$$

### ٥- اكتشف الخطأ : يحل كل من حمد وراشد المعادلة ٢م = ٤م . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

حمد

$$٢م = ٤م$$

$$\frac{٢م}{٢} = \frac{٤م}{٢}$$

$$٢ = م$$

راشد

$$٢م = ٤م$$

$$٠ = م٤ - ٢م٢$$

$$٠ = م(٢-م)$$

$$٠ = م٢ \text{ أو } ٠ = م - ٢$$

$$٢ = م \text{ أو } ٠ = م$$

تذكر:

ضرب ثنائيات الحد  
باستعمال التوزيع

٣-٧ المعادلات التربيعية

$$س^٢ + ب س + ج = ٠$$

- ✓ أحل ثلاثية الحدود على الصورة المذكورة
- ✓ أحل معادلات على الصورة المذكورة

## تحليل $س^٢ + ب س + ج$



عندما تكون ج سالبة

$$\text{حلل } / س^٢ + س٢ - ١٥ = ٠$$

$$ب = ٢، ج = -١٥$$

إذاً نبحث عن عددين حاصل

ضربهما = -١٥ وحاصل جمعهما = ٢

$$٥ = (٣-) + (٥)، -١٥ = (٣-) \cdot ٥$$

إذاً العددين ٥، -٣

$$(س - ٥) (س + ٣)$$

وللتحقق نضرب العاملين

لنحصل على العبارة الأصلية



عندما تكون ب سالبة و ج موجبة

$$\text{حلل } / س^٢ - ٨ س + ١٢ = ٠$$

$$ب = -٨، ج = ١٢$$

إذاً نبحث عن عددين حاصل

ضربهما = ١٢ وحاصل جمعهما = -٨

$$٦- = (٢-) + (٦-)، ١٢ = (٢-) \cdot ٦-$$

إذاً العددين -٦، -٢

$$(س - ٦) (س - ٢)$$

وللتحقق نضرب العاملين

لنحصل على العبارة الأصلية



عندما يكون ب، ج موجبين

$$\text{حلل } / س^٢ + ١٠ س + ٩ = ٠$$

$$ب = ١٠، ج = ٩ كلاهما موجبين$$

إذاً نبحث عن عددين حاصل

ضربهما = ٩ وحاصل جمعهما = ١٠

$$٩ = (١) \cdot ٩، ١٠ = ١ + ٩$$

إذاً العددين ٩، ١

$$(س + ٩) (س + ١)$$

وللتحقق نضرب العاملين

لنحصل على العبارة الأصلية

## حل المعادلة التربيعية بالتحليل

$$\text{حلل } / س^٢ + ٣ س - ١٨ = ٠$$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما = -١٨ وحاصل جمعهما = ٣

$$٦ = (٣-) + (٦)، -١٨ = (٣-) \cdot ٦$$

إذاً العددين ٦، -٣

$$(س - ٦) (س + ٣)$$

وللتحقق نضرب العاملين

لنحصل على العبارة الأصلية

## اختبر نفسك

### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود $s^2 + s - 20 =$			
(أ) $(s+4)(s+5)$	(ب) $(s+4)(s-5)$	(ج) $(s-4)(s+5)$	(د) $(s-4)(s-5)$
٢- إذا كانت مساحة مستطيل طوله $(s+2)$ تساوي $s^2 - 4$ ص $12$ سم <sup>٢</sup> . فإن عرضه يساوي			
(أ) $(s-6)$	(ب) $(s+6)$	(ج) $(s-2)$	(د) $(s-4)$

٣- حل المعادلة الآتية و تحقق من صحة الحل :

$$s^2 + 10s + 9 = 0$$

٢- حل كثيرة الحدود :

$$n^2 + 4n - 21$$

٤- **اكتشف الخطأ** : حل كل من ماجد و خليل العبارة :  $s^2 + 6s - 16$  . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

خليل

$$s^2 + 6s - 16 = (s-2)(s+8)$$

ماجد

$$s^2 + 6s - 16 = (s+2)(s-8)$$

## ماذا سأتعلم؟

- أحلل ثلاثية حدود على الصورة المذكورة
- أحل معادلات على نفس الصورة

## ٧-٤ المعادلات التربيعية

$$أس^٢ + ب س + ج = ٠$$

## تذكر:

- تحليل ثلاثية حدود على الصورة
- $أس^٢ + ب س + ج = ٠$



$$\text{تحليل أس}^٢ - ب س + ج = ٠$$



$$\text{تحليل أس}^٢ + ب س + ج = ٠$$



حلل ثلاثية الحدود التاليه /

$$١ - ٥ - ٢ - ٢$$

لكي تسهل علينا عملية التحليل نضرب أ في ج لتصبح

ثلاثية الحدود على الصورة

$$١ - ٥ - ٢$$

الآن نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٣٠ وحاصل جمعهما

$$١٣$$

$$٢ = (١ -) + ٢ ، ٢ - = (١ -) + ٢$$

$$٢ - = (١) + ٢ ، ٢ - = (١) + ٢$$

$$(١ + ٥)(٢ - ٥)$$

نعيد العبارة لاصلها بقسمة العوامل العديده فقط

على قيمة أ المطعأة اصلا بالسؤال وهي ٢

$$\frac{(١ + ٥)(٢ - ٥)}{٢}$$

$$\frac{١}{٢} + س(٢)$$

$$(١ + ٥٢)(١ - ٥) \leftarrow$$

حلل ثلاثية الحدود التاليه /

$$٦ + س ١٣ + س ٥$$

لكي تسهل علينا عملية التحليل نضرب أ في ج لتصبح

ثلاثية الحدود على الصورة

$$٣٠ + س ١٣ + س$$

الآن نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٣٠ وحاصل جمعهما

$$١٣$$

$$٥ = (٦) + ٥ ، ٣٠ = ٦ + ١٣$$

$$١٠ = (٣) + ٣ ، ٣٠ = ٣ + ١٠$$

$$(٣ + س)(١٠ + س)$$

نعيد العبارة لاصلها بقسمة العوامل العديده فقط

على قيمة أ المطعأة اصلا بالسؤال وهي ٥

$$\frac{(٣ + س)(١٠ + س)}{٥}$$

$$\frac{٣}{٥} + س(٥)$$

$$(٣ + س ٥)(٢ + س) \leftarrow$$

## تحديد كثيرة الحدود الأولية



حلل العبارة  $٤س^٢ - ٣س + ٥$  إن أمكن وإن لم يكن ذلك ممكناً فاكتب أولية؟

الحل / في ثلاثية الحدود نجد أن  $٤ = أ$  ،  $٣ = ب$  ،  $٥ = ج$

وبما أن ب سالبة فإن حاصل جمع العددين المختارين يكون سالباً وبما أن ج موجبة فإن حاصل ضرب العددين المختارين

سيكون موجباً لذا سيكون العدداً المختارين سالبين وعند تكوين قائمة بعوامل العدد ٢٠

(حاصل ضرب أ في ج) لا نجد عاملاً من مجموعهما -٣ لذلك لا يمكن تحليل العبارة التربيعية

إذاً العبارة التربيعية المطعأة هي أولية

## اختبر نفسك

### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود $٢س^٢ + ٥س + ٣$ هو :			
( أ ) $(٣+س)(١+س)$	( ب ) $(١-س)(٣+س)$	( ج ) $(٥-س)(٣-س)$	( د ) $(٣-س)(٢-س)$
٢- إذا كان أحد جذري المعادلة $٣س - ٢س + ١٠س + ٨ = ٠$ هو $٢$ فإن الجذر الآخر هو :			
( أ ) $\frac{٣}{٤}$	( ب ) $\frac{٤}{٣}$	( ج ) $٣$	( د ) $٤$

### ٢- أكمل الفراغ التالي:

١- كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة تسمى .....

٣- حل كل كثيرة حدود فيما يأتي و إذا لم يكن ذلك ممكنا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب أولية :

$$٥س^٢ - ٣س + ٤$$

$$٢س^٢ + ٩س + ٩$$

٤- اكتشف الخطأ : حل كل من زكريا و سامي المعادلة  $٦س^٢ - ٢س = ١٢$  . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

**سامي**

$$٦س^٢ - ٢س = ١٢$$

$$٦س(١ - س) = ١٢$$

$$٦س = ١٢ \text{ أو } ٦س - ١ = ١٢$$

$$٦س = ١٣ \text{ أو } ٦س = \frac{١٣}{٦}$$

**زكريا**

$$٦س^٢ - ٢س = ١٢$$

$$٦س^٢ - ٢س - ١٢ = ٠$$

$$٠ = (٣ - س)(٤ + س)$$

$$٢س - ٣ = ٠ \text{ أو } ٣س + ٤ = ٠$$

$$س = \frac{٣}{٢} \text{ أو } س = -\frac{٤}{٣}$$

تذكر:



تحليل ثلاثية الحدود

## ٧-٥ المعادلات التربيعية (الفرق بين مربعين)

ماذا ستعلم!؟

- ✓ أحل ثنائية حد إلى فرق بين مربعين
- ✓ أحل معادلات باستخدام الفرق بين مربعين



تطبيق التحليل  
أكثر من مرة



حل / ب' - ١٦

نلاحظ ان الحدين كلاهما مربع  
والاشارة بينهما سالبة  
(ب - ٤) - ٢

ونكتبها على الصورة  
نحل الفرق بين مربعين  
 $(ب - ٤)(ب + ٤) - ٢$   
 $(ب - ٢)(ب + ٢)(ب + ٤)$

تحليل الفرق  
بين مربعين



حل / ج' - ٨١

نلاحظ ان الحدين كلاهما مربع  
والاشارة بينهما سالبة  
٩ - ج'

إذا يمكن تطبيق قانون الفرق بين مربعين  
نحل حسب قانون الفرق بين مربعين  
 $(ج - ٩)(ج + ٩)$

حل معادلة  
بالتحليل



مالقيمة الموضبة ل سن التي تحقق المعادلة

$$\text{سن} = \text{سن}^2 - \frac{9}{16} \text{ إذا كانت سن} = 0$$

نعوض عن سن ب (صفر) ثم نحل المعادلة

$$0 = \text{سن}^2 - \frac{9}{16}$$

$$\text{سن}^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$0 = \left(\frac{3}{4} - \text{سن}\right) \left(\frac{3}{4} + \text{سن}\right)$$

$$\text{إما سن} = \frac{3}{4} \text{ أو } \text{سن} = -\frac{3}{4}$$
$$\text{سن} = \frac{3}{4} \text{ ، } \text{سن} = -\frac{3}{4}$$

حل / ٥ سن<sup>٥</sup> - ٤٥

$$0 = \text{سن} (9 - \text{سن}^4)$$

نأخذ ٥ سن عامل مشترك

ونكتب سن<sup>٤</sup> - ٩ على صورة أ' - ب'

$$0 = \text{سن} [(\text{سن}^2)^2 - 3^2]$$

$$0 = \text{سن} (\text{سن}^2 - 3)(\text{سن}^2 + 3)$$

لاحظ ان سن<sup>٢</sup> - ٣ ليس فرقاً بين مربعين

لان ٣ ليس مربعاً كاملاً

## اختبر نفسك

### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود  $٤م^٢ - ٢٥ =$

(د) أولية	(ج) $(٥-٢م)(٥+٢م)$	(ب) $(٥-٢م)(٥+٢م)$	(أ) $(٥+٢م)(٥+٢م)$
-----------	--------------------	--------------------	--------------------

### ٢- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

$$(٣-٢س)(٣+٢س)$$

$$س^٢ - ٩ =$$

$$(س-٣)(س+٣)$$

$$س^٤ - ٩ =$$

$$(س-٩)(س+٩)$$

$$س^٢ - ٩ =$$

$$(س-٣)(س+٣)$$

$$س^٢ - ٨١ =$$

٣- حل كل كثيرة حدود فيما يلي :  $٢٥ - ٥٠م - ٢م^٢ + ٣م^٣$

### ٤- اكتشف الخطأ : حللت كل من هلا و منى العبارة الآتية فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

منى

$$١٦س^٤ - ٢٥س^٢$$

$$(٤س^٢ - ٥ص)(٤س^٢ + ٥ص)$$

هلا

$$١٦س^٤ - ٢٥س^٢$$

$$(٤س - ٥ص)(٤س + ٥ص)$$

## ماذا سأتعلم؟!

- تحليل ثلاثية حدود على صورة مربع كامل
- حل معادلات تتضمن مربعات كاملة



## ٥-٧ المعادلات التربيعية (المربعات الكاملة)

تذكر:



(ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما)

### التحليل التام



حلل كلاً من كثيرات الحدود التالية:  
٥<sup>٢</sup> - ٨٠

نحلل باستفراج ق.م.أ.

$$٥^٢ - ٨٠ = (٥ - ٤)(٥ + ٤)$$

$$٥ = ٤ - ٥$$

$$٥^٢ - ٨٠ = (٥ - ٤)(٥ + ٤)$$

نلاحظ ان عدد الحدود اثنان وتشكل فرق بين مربعين

$$٥ = ٤ - ٥$$

$$٥ = (٤ - ٥)(٤ + ٥)$$

### تمييز ثلاثية الحدود

التي تشكل مربع كامل وتحليلها



حدد ما إذا كانت ثلاثية حدود التالية تشكل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلها  
٤<sup>٢</sup> + ١٢<sup>٢</sup> + ٩

× هل الحد الأول مربع كامل؟ نعم، ٤<sup>٢</sup> = (٢<sup>٢</sup>)<sup>٢</sup>

× هل الحد الأخير مربع كامل؟ نعم، ٩ = ٣<sup>٢</sup>

× هل الحد الأوسط = ٢(٢<sup>٢</sup>)(٣)؟ نعم، ١٢ = ٢(٢<sup>٢</sup>)(٣)

× بما أنه تحققت الشروط الثلاثة إذا العبارة تشكل مربع كامل

$$٤^٢ + ١٢^٢ + ٩ =$$

$$= (٢^٢ + ٣)^٢ = ٣ + ٢$$

$$= (٣ + ٢)^٢$$

### استعمال خاصية الجذر التربيعي



حلل المعادلة (٦ - ص)<sup>٢</sup> = ٨١

لحذف التربيع نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$\sqrt{(٦ - ص)^٢} = \sqrt{٨١} \quad \times \text{ الجذر يلغي التربيع}$$

$$٦ - ص = \pm ٩$$

$$ص = ٦ \pm ٩$$

$$ص = ٦ + ٩ \quad \text{أو} \quad ص = ٦ - ٩$$

$$ص = ١٥ \quad \text{أو} \quad ص = -٣$$

الجذران هما ١٥، -٣

### حل معادلات تتضمن عوامل مكررة



حلل المعادلة ٩<sup>٢</sup> - ٤٨<sup>٢</sup> = ٦٤

$$٩^٢ - ٤٨^٢ = ٦٤ + ٦٤$$

$$٠ = ٦٤ + ٤٨^٢ - ٩^٢$$

يتضح لنا أنها ثلاثية حدود تمثل مربع كامل

$$= (٣ - ٨) + (٨)(٣) - (٨)$$

(نأخذ جذر الأول وإشارة الأوسط وجذر الثاني)

$$٠ = (٨ - ٣)$$

$$٠ = (٨ - ٣)(٨ - ٣)$$

## اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $s^2 + 12s + 36 = 0$ هي :			
أ - ٢	ب - ٤	ج - ٦	د - ٦

٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة :

١- كثيرة الحدود $s^2 + 30s + 36$ تُشكل مربع كامل ( )
------------------------------------------------------

٤- حل المعادلة  $(s - 4)^2 = 64$ .

٣- حدد إذا كانت ثلاثية الحدود فيما يلي تشكل مربعا كاملا أم لا , وإذا كانت كذلك فحللها .

$$16s^2 - 56s + 49$$

٥- أكتشف الخطأ : حلل منصور و فيصل العبارة  $s^8 - s^4$  . تحليلا تاما , فأيهما إجابته صحيحة ؟

فيصل

$$s^8 - s^4 = s^4(s^2 + 1)(s - 1)(s + 1)$$

منصور

$$s^8 - s^4 = s^4(s^2 + 1)(s^2 - 1)$$

# تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل ثنائية الحد وطرق حلها

تحليل ثنائية الحد

القاسم المشترك الأكبر  
+ الفرق بين مربعين

القاسم  
المشترك الأكبر

تكرار القانون  
أكثر من مرة

الفرق بين مربعين

٥س ص - ١٠س  
تأخذ  
٥س عامل مشترك  
٥س(ص - ٢)

$$\begin{array}{c}
 ١ - ٤س \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 (١)(١) - (س)(س) \\
 (١ - س)(١ + س) \\
 (١ - س)(١ + س) \\
 (١ + س)(١ - س)(١ + س)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 ٣٢ - ٢س \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 (١٦ - س)٢ \\
 (١٦ - س)٢ \\
 (٤ - س)٢ \\
 (٤ + س)(٤ - س)٢
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 ٢٥ - ٢س \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 (٥)(٥) - (س)(س) \\
 (٥ + س)(٥ - س) =
 \end{array}$$

ملاحظة هامة /

ثنائية الحد ( ٩ + س ) أولية بينما ثنائية الحد ( ٩ - س ) ليست أولية لأنه يمكن حلها بالفرق بين مربعين

ثنائية الحد ( ١٨ + س ) ليست أولية لأنه يوجد قاسم مشترك ( ٩ + س )

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات  
قبل المرحلة الثانوية للأستاذ / رفة العرجاني

# تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل ثلاثة الحد وطرق حلها

تحليل ثلاثية الحدود

على الصورة  
 $أس^٢ + ب س + ج$

على الصورة  
 $س٢ + ب س + ج$

القاسم المشترك  
 الأكبر

$١٠س^٢ - ٣س - ٣٠$   
 الطريقة الاولى:  
 نضرب أ في الحد الثابت ليكون معامل س

$س٢ + ٧س + ٦$   
 ابحث عن عددين  
 حاصل ضربهم ٦  
 وحاصل جمعهم ٧

$٧س^٢ + ١٤س + ٢١$   
 $(٧س)(٢) + (٧س)(٣)$   
 $(٧س)(٣) + (٧س)(٣)$   
 $٧س(٣ + ٢ + ٣)$

$١ =$   
 $٣٠ - ٣س$   
 نبحث عن عددين حاصل ضربهم  $٣٠ -$   
 وحاصل جمعهم  $-١$   
 $٣٠ - = (٥)(٦ -)$   
 $١ - = ٥ + ٦ -$   
 $(٥ + س)(٦ - س)$

$٦ = (٦)(١)$   
 $٧ = ٦ + ١$   
 $(٦ + س)(١ + س) =$

نعيدھا لاصلھا بقسمة الثوابت على أ  
 ثم نبسطھا فتصبح على الصورة  
 $(١ + س٢)(٣ - س٥)$

$٢٨ - ٣س - ٣$   
 ابحث عن عددين  
 حاصل ضربهم  $-٢٨$   
 وحاصل جمعهم  $-٣$   
 $٢٨ - = (٤)(٧ -)$   
 $٣ - = ٤ + ٧ -$   
 $(٤ + س)(٧ - س) =$

$١٥س + ٧س - ٢$   
 الطريقة الثانية:  $١٥(٢ -) = ٣٠ -$   
 ابحث عن عددين حاصل ضربهم  $٣٠ -$   
 وحاصل جمعهم ٧  
 $٣٠ - = (٣ -)١٠$   
 $٧ = ٣ - ١٠$

$١٥س^٢ - ٣س + ١٠س - ٢$   
 $٣س(١ - س٥) + ٢(١ - س٥)$   
 $(١ - س٥)(٢ + ٣س)$

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات  
 قبل المرحلة الثانوية للأستاذة / رفة العرجاني

# تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل رباعية الحدود وطرق حلها

تحليل رباعية الحدود

تحليل بجمع النظائر

تحليل بالتجميع

$$0 + \text{س} - \text{س} \text{ } 0 - \text{س} \text{ } 1 - \text{س} \text{ } 10$$

$$\begin{aligned} & 2 + \text{س} + \text{س} \text{ } 1 + \text{س} \text{ } 4 \\ & 2 + \text{س} + (\text{س}) (2) (2) (2) + (\text{س}) (\text{س}) (2) (2) \\ & (\text{س} + 2) 1 + (\text{س} + 2) \text{س} \text{ } 4 \\ & (\text{س} + 2) (1 + \text{س} \text{ } 4) \end{aligned}$$

الطريقة الثانية

$$\begin{aligned} & 0 + \text{س} - \text{س} \text{ } 0 - \text{س} \text{ } 1 - \text{س} \text{ } 10 \\ & (0 - \text{س}) 1 - (0 - \text{س}) \text{س} \text{ } 10 \\ & (0 - \text{س}) (1 - \text{س} \text{ } 10) \end{aligned}$$

الطريقة الأولى

$$\begin{aligned} & 0 + \text{س} - \text{س} \text{ } 0 - \text{س} \text{ } 1 - \text{س} \text{ } 10 \\ & (0 + \text{س} -) + (\text{س} \text{ } 0 - \text{س} \text{ } 10) \\ & (0 - \text{س}) 1 - (0 - \text{س}) \text{س} \text{ } 10 \\ & (0 - \text{س}) (1 - \text{س} \text{ } 10) \end{aligned}$$

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات  
قبل المرحلة الثانوية للأستاذ / رفعة العرجاني

## الفصل الثامن: الدوال التربيعية

اختبر نفسك	الدرس	الفيديو	العرض البصري	عنوان الدرس
اختبر نفسك	الدرس			تمثيل الدوال التربيعي بيانياً
اختبر نفسك	الدرس			حل المعادلات التربيعية بيانياً
اختبر نفسك	الدرس			حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع
اختبر نفسك	الدرس			حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

للوصول للعروض البصرية والفيديو  
يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

## ماذا سأتعلم؟!

- ✓ تحليل التمثيلات البيانية للدوال التربيعية
- ✓ أمثل الدوال التربيعية بيانياً



تذكر:



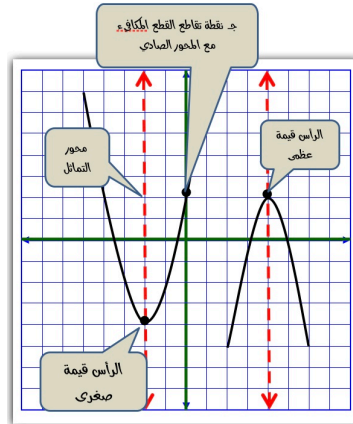
تمثيل الدوال الفخية بيانياً

## ٨\_١ تمثيل المعادلات التربيعية بيانياً

### تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

- خطوات تمثيل الدوال التربيعية بيانياً
- الخطوة ١: أوجد معادلة محور التماثل
  - الخطوة ٢: أوجد الرأس وأحد إذا كان يمثل نقطة صغرى أم نقطة عظمى
  - الخطوة ٣: أوجد المقطع الصادي
  - الخطوة ٤: استعمل التماثل لإيجاد نقاط أخرى على التمثيل البياني للدالة عند الضرورة.
  - الخطوة ٥: صل بين النقاط بمنحنى

### خصائص الدوال التربيعية



- الصورة القياسية:  $أس + ب ص + ج$
- الدالة المولدة:  $د(ص) = ص^٢$
- التمثيل البياني: قطع مكافئ
- محور التماثل:  $ص = -\frac{ب}{٢أ}$
- المقطع الصادي:  $ج$
- المجال هو مجموعة جميع القيم الممكنة للمتغير ص
- المدى هو مجموعة جميع القيم الممكنة للمتغير ص

### القيم العظمى والقيم الصغرى

يكون التمثيل البياني للدالة:  $د(ص) = أس + ب ص + ج$ ، حيث  $أ > ٠$

له قيمة صغرى

عندما  $أ < ٠$  (موجبة)

ويكون القطع مفتوحاً إلى أعلى والمدى جميع الأعداد الحقيقية التي تزيد على أو تساوي القيمة الصغرى

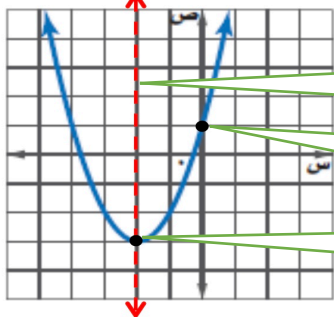
له قيمة عظمى

عندما  $أ > ٠$  (سالبة)

ويكون القطع مفتوحاً إلى أسفل والمدى جميع الأعداد التي تقل عن أو تساوي القيمة العظمى

### تحديد خصائص القطع المكافئ من خلال تمثيلة

أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي



محور التماثل  $ص = -١$

المقطع الصادي  $ص = ١$

الرأس  $(-٢، -٣)$

### تحديد خصائص القطع المكافئ من خلال قاعدة دالتة

مثال أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي

$$\text{للدالة } ص = ٣ص - ٦ص + ٥$$

$$\text{معادلة محور التماثل } ص = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{-٦}{٢ \times ٣} = -١$$

$$\text{الرأس } (ص، د(ص)) = (-١، ٥ - ٦(-١) + ٣(-١)^٢) = (-١، ٢)$$

$$\text{محور التماثل } ص = -١ \quad \text{الرأس } (-١، ٢)$$

$$\text{المقطع الصادي } ص = ٥ \quad \text{الرأس } (-١، ٢)$$

المقطع الصادي:  $٥ > ٠$ ، مفتوح للأسفل وله قيمة عظمى

## اختبر نفسك

### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- الرأس و معادلة محور التماثل للدالة  $ص = ٢س^٢ + ١٢س + ١٠$  هي

(أ)  $(٨- , ٣-)$  ,  $ص = ٣-$  (ب)  $(٣ , ١٢-)$  ,  $ص = ٣$  (ج)  $(٣ , ٨-)$  ,  $ص = ٣-$  (د)  $(٨ , ٣)$  ,  $ص = ٣$

٢- مدى الدالة  $ص = ٣س^٢ + ٦س + ٣$  هو :

(أ)  $\{ص | ص \geq ٧\}$  (ب)  $\{ص | ص \leq ٧\}$  (ج)  $\{ص | ص \geq ٦\}$  (د)  $\{ص | ص \leq ٦\}$

### ٢- اكمل الفراغات التالية :

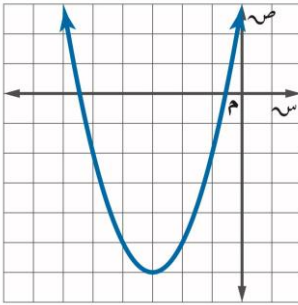
١- التمثيل البياني لدالة تربيعية هو قطع .....

٢- القيمة العظمى للدالة  $د(س) = ٢س^٢ - ٨س + ١$  تساوي .....

٣- المقطع الصادي للدالة  $ص = (س - ١) + ٥$  يساوي .....

### ٤- مستعينة بالتمثيل المجاور اوجدني

ما هو مطلوب منك :

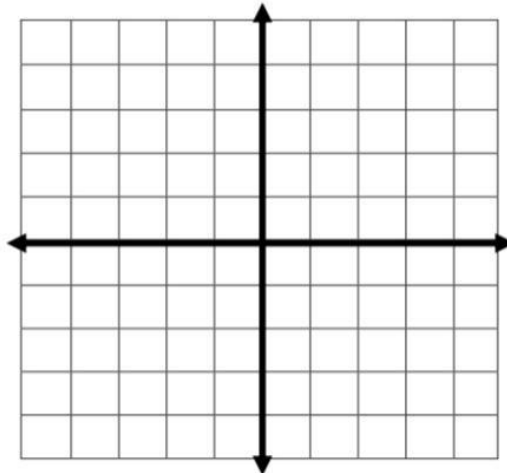


١- رأس القطع المكافئ .....

٢- معادلة محور التماثل .....

٣- المقطع الصادي .....

### ٣- مثل الدالة $د(س) = ٢س^٢ - ٤س + ١$ بيانياً .



## ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أحل المعادلات التربيعية بيانياً
- ✓ أقدر حلول المعادلات التربيعية من تمثيلها البياني



تذكر:



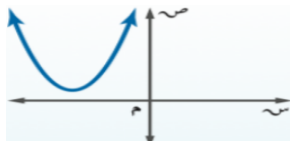
حل المعادلات التربيعية  
بالتحليل إلى عوامل

## ١\_٢ حل المعادلات التربيعية بيانياً

### حلول المعادلات التربيعية

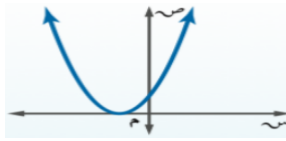
حلول المعادلة أو جذورها يمكن تحديدها بإيجاد المقاطع السينية للتمثيل البياني للدالة المرتبطة

لا يوجد حلول حقيقية



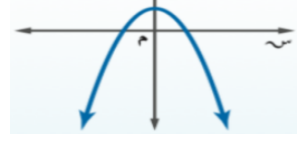
القطع لا يتقاطع مع محور  
السينات

حل حقيقي واحد



القطع يتقاطع في نقطة  
واحدة مع محور السينات

حلاين حقيقيين مختلفين

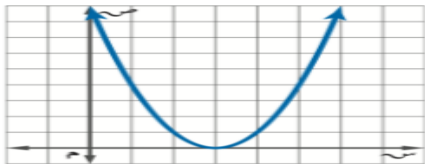


القطع يتقاطع في نقطتين مع  
محور السينات

حل حقيقي واحد

مثال: حل المعادلة  $س^2 - 6س + 9 = 0$  بيانياً

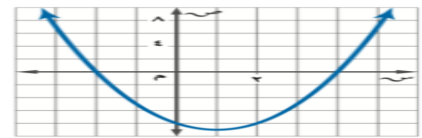
عند تمثيل الدالة  $د(س) = س^2 - 6س + 9$  المرتبطة بالمعادلة بيانياً تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند 3 لذا فالحل هو 3 ويسمى جذر مكرر



حلاين حقيقيين مختلفين

مثال: حل المعادلة  $س^2 - 2س - 8 = 0$  بيانياً

عند تمثيل الدالة  $د(س) = س^2 - 2س - 8$  المرتبطة بالمعادلة بيانياً تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند 4، -2 لذا فالحلول هي 4، -2



تمثل الجذور التي وجدت للمعادلات السابقة أعداد صحيحة، إلا أن جذور المعادلات التربيعية ليست دائماً كذلك.

ونستعمل في هذه الحالات التقدير لإيجاد قيم تقريبية لجذور المعادلات.

### تقدير الجذور التربيعية باستعمال الجدول

مثال: حل المعادلة  $س^2 + 6س + 7 = 0$  بيانياً، وإذا لم تكن أعداد صحيحة، فقدرها إلى أقرب جزء من عشرة

أنشئ جدولاً بتدرج طوله 1، لقيم  $س$  التي تقع بين -5، 4 وبين -2، 1 وتعد قيمة الدالة الأقرب إلى الصفر هي التقريب الأفضل للدالة

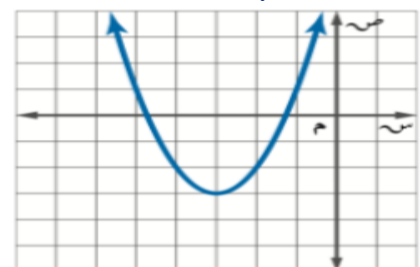
س	٤,١-	٤,٢-	٤,٣-	٤,٤-	٤,٥-	٤,٦-	٤,٧-	٤,٨-	٤,٩-
د	١,٧٩-	١,٥٦-	١,٣١-	١,٠٤-	٠,٧٥-	٠,٤٤-	٠,١١-	٠,٢٤	٠,٦١
س	١,١-	١,٢-	١,٣-	١,٤-	١,٥-	١,٦-	١,٧-	١,٨-	١,٩-
د	٠,٦١	٠,٢٤	٠,١١-	٠,٤٤-	٠,٧٥-	١,٠٤-	١,٣١-	١,٥٦-	١,٧٩-

بما أن قيمة الدالة الأقرب إلى الصفر هي -0,11؛ لذا

الجذور التقريبية هما -4,7، -1,3.

الحل: عند تمثيل الدالة  $د(س) = س^2 + 6س + 7$  المرتبطة بالمعادلة بيانياً تظهر المقاطع السينية

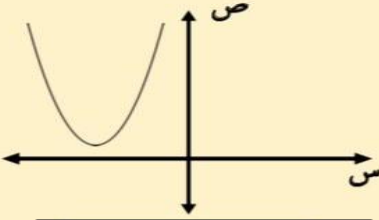
للمثيل البياني بين -5، 4 وبين -2، 1

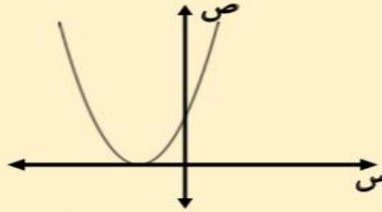


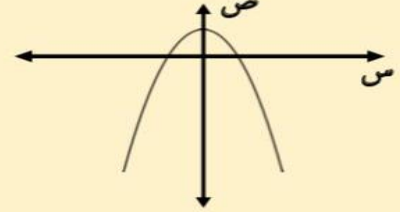
## اعتبر نفسك

١- اكمل الفراغات التالية:

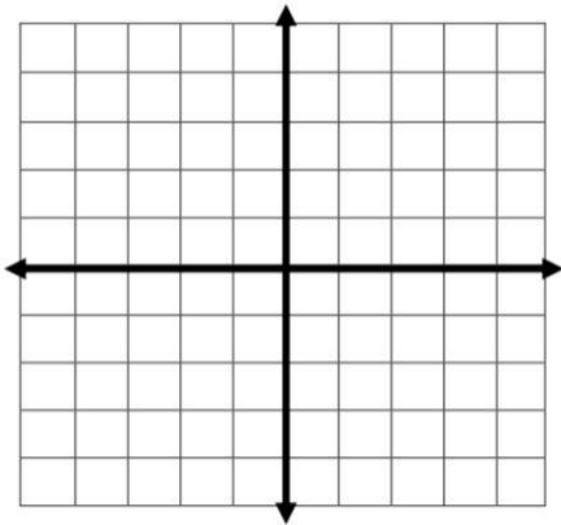
حلول المعادلات التربيعية








٢- حل المعادلة  $س^2 + ٤س + ٣ = ٠$  بيانياً:



.....

.....

.....

.....

.....

.....

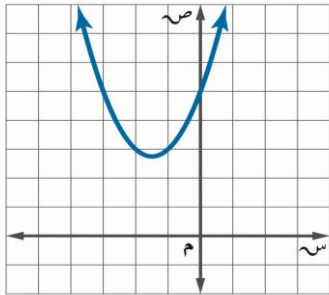
.....

.....

.....

.....

٣- اكتشف الخطأ: يقوم معاذ و أحمد بإيجاد عدد الأصفار الحقيقية للدالة الممثلة بالشكل المجاور فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.



أحمد

لها صفرا حقيقيا واحدا ، لأن التمثيل البياني للدالة مقطعا صاديا .

معاذ

ليس لهذه الدالة أصفار حقيقية ، لأنه لا يوجد لتمثيلها البياني مقاطع سينية .

تذكر:



حل معادلات تربيعية  
ياكمال المربع

ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أهل معادلات تربيعية بإستعمال القانون العام
- ✓ استعمل المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية



## ١\_٣ حل معادلات تربيعية ياكمال المربع

### إكمال المربع

خطوات إكمال المربع في أي عبارة تربيعية على الصورة  $س^٢ + ب س$  :  
(١) أوجد نصف ب (معامل س) ، (٢) ربع الناتج في الخطوة (١)  
(٣) أضف الناتج من الخطوة (٢) إلى  $س^٢ + ب س$  ، ثم أكتب العبارة على صورة مربع كامل  $س^٢ + ب س + (\frac{ب}{٢})^٢ = (\frac{ب}{٢} + س)^٢$

مثال : أوجد قيمة ج التي تجعل ثلاثية الحدود  $س^٢ + ٨ف + ح$  مربع كاملاً

الحل : (١) اجد نصف العدد ٨ .  $٤ = \frac{٨}{٢}$

(٢) اربع الناتج في الخطوة (١)  $١٦ = ٤^٢$

(٣) أضف ١٦ إلى  $س^٢ + ٨ف$  .  $س^٢ + ٨ف + ١٦$

إذن  $ج = ١٦$  و  $س^٢ + ٨ف + ١٦ = (س + ٤)^٢$

### حل معادلات ياكمال المربع

لابد أن يكون المعامل الرئيس (معامل س) يساوي (١) وإذا كان المعامل الرئيس لايساوي الواحد ، أقسم كل حد على هذا المعامل ثم افصل الحدين اللذين يحتويان س ، س ثم أكمل المربع

مثال : حل المعادلة  $س^٢ + ٤س = ٢١$

الحل :  $س^٢ + ٤س + ٤ = ٢١ + ٤$  بما أن  $(\frac{٤}{٢})^٢ = ٤$  ، لذا أضف ٤ للطرفين

$س^٢ + ٤س + ٤ = ٢٥$  حلل  $س^٢ + ٤س + ٤$

$س^٢ + ٤س + ٤ = ٢٥$  ياخذ الجذر للطرفين ثم إضافة ٢ للطرفين

$س = ٢ - ٥$  أو  $س = ٢ + ٥$  أفصل الحدين

$س = ٣$  أو  $س = ٧$  أبسط

إذن الحلان هما ٣ ، ٧

## اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- قيمة ج التي تجعل  $س^2 + ٨س + ج$  مربعاً كاملاً هي :

أ) ٤	ب) ١٦	ج) ٦٤	د) ٨
------	-------	-------	------

٢- حلول المعادلة  $س^2 + ١٢س = ١٣$  هي :

أ) ٦، ٢	ب) ٤، ٣	ج) ١، ١٣	د) ١٣، ٣
---------	---------	----------	----------

٢- حل المعادلة  $س^2 - ٨س + ٩ = ٠$  بإكمال المربع .

٣- حدد العبارة التي تختلف عن العبارات الثلاث الأخرى . وفسر إجابتك .

$$ن^2 + ن + ١$$

$$ن^2 - ٦ن + ٩$$

$$ن^2 + ٤ن + ٤$$

$$ن^2 - ٢ن + ١$$

## ماذا سأتعلم؟

- ✓ أحل معادلات تربيعية باستعمال القانون العام
- ✓ استعمل المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية



حل معادلات تربيعية  
ياكمال المربع

## ٨\_٤ حل معادلات تربيعية باستعمال القانون العام

### القانون العام

هو صيغة تستعمل لحل أي معادلة تربيعية مكتوبة بالصيغة القياسية (أ<sup>٢</sup>س<sup>٢</sup> + ب<sup>٢</sup>س + ج = ٠)

$$\text{ويعبر عنه بالقانون العام: } \text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أج}}}{2\text{أ}} \text{ حيث } \text{أ} \neq 0$$

مثال: حل المعادلة  $\text{س}^2 - 2\text{س} = 10$  باستعمال القانون العام

الحل: الخطوة (١): أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية

$$\text{س}^2 - 2\text{س} = 10 \longrightarrow \text{س}^2 - 2\text{س} - 10 = 0$$

بفصل الحلا

$$\frac{\sqrt{64} - 2}{(1)2} = \text{س} \quad \frac{\sqrt{64} + 2}{(1)2} = \text{س}$$

$$\text{س} = 3 \quad \text{س} = 0$$

الحلا هما ٠، ٣

الخطوة (٢): نطبق القانون العام

$$\text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أج}}}{2\text{أ}}$$

$$\text{س} = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)}$$

$$\text{س} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2}$$

### استعمال المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية

في القانون العام تسمى العبارة التي تحت الجذر (ب<sup>٢</sup> - ٤أج) المميز ويمكن استعماله لتحديد

عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية

إذا كان ناتج المميز سالب  
فالمعادلة ليس لها حل  
ولا يوجد مقطع سيني

إذا كان ناتج المميز صفر  
فالمعادلة لها حل واحد  
عدد المقاطع السينية واحد

إذا كان ناتج المميز موجب  
فالمعادلة لها حلين  
عدد المقاطع السينية اثنين

مثال: المعادلة  $\text{س}^2 - 3\text{س} + 20 = 0$

المميز: ب<sup>٢</sup> - ٤أج = (٣٠) - ٤(٩)(٢٠) = (٢٥) (صفر)  
إذن يوجد للمعادلة حل واحد ومقطع سيني واحد فقط

مثال: المعادلة  $\text{س}^2 + 2\text{س} + 0 = 0$

المميز: ب<sup>٢</sup> - ٤أج = (٠) - ٤(١)(٠) = (٠) (سالب)  
إذن عدد الحلول للمعادلة صفر ولا يوجد مقاطع سينية

## اختبر نفسك

### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- قيمة المميز للمعادلة $س^٢ - ٩س + ٢١ = ٠$ تساوي			
أ) ٩ ، ٤	ب) -٣	ج) ٧٢	د) ١٦٥
٢- عدد الحلول الحقيقية للمعادلة $٣ص - ٢ص - ٨ = ٠$ تساوي			
أ) واحد فقط	ب) حلان	ج) عدد لانتهائي	د) لا يوجد حل

### ٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( \* ) أمام العبارة الخاطئة :

١- إذا كانت قيمة المميز للمعادلة عدد سالب فإن للمعادلة حل حقيقي واحد ( )

٣- حل المعادلة  $س^٢ + ٦س - ١٦ = ٠$  باستعمال القانون العام

٤- اوجد قيم المميز للمعادلة  $٩س^٢ - ٣٠س + ٢٥ = ٠$  ثم حدد عدد حلولها الحقيقية .

## الفصل التاسع: المعادلات الجذرية المثلثات

اختبر نفسك	الدرس	الفيديو	العرض البصري	عنوان الدرس
اختبر نفسك	الدرس			تبسيط العبارات الجذرية
اختبر نفسك	الدرس			العمليات على العبارات الجذرية
اختبر نفسك	الدرس			المعادلات الجذرية
اختبر نفسك	الدرس			نظرية فيثاغورس
اختبر نفسك	الدرس			المسافة بين نقطتين
اختبر نفسك	الدرس			المثلثات المتشابهة
اختبر نفسك	الدرس			النسب المثلثية

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول



تذكر:

إيجاد الجذور التربيعية

## ٩\_١ تبسيط العبارات الجذرية

### ماذا سأتعلم؟!

- استعمل خاصية ضرب الجذور التربيعية في تبسيط العبارات
- استعمل خاصية قسمة الجذور التربيعية في تبسيط العبارات الجذرية



تكون العبارة الجذرية في أبسط صورة إذا تحققت في العبارة التي تحت الجذر الشروط التالية:

• لا يكون أي من عوامله مربعاً كاملاً عدا الواحد .

• لا يتضمن كسوراً .

• لا يظهر أي جذر في مقام الكسر .

ويمكن استعمال الخواص الآتية لتبسيط الجذور التربيعية

خاصية قسمة الجذور التربيعية

$$\frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\frac{c}{d}}} = \frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\frac{c}{d}}}$$

$$\frac{\sqrt{\frac{10}{3}}}{\sqrt{\frac{9}{3}}} = \frac{\sqrt{\frac{10}{9}}}{\sqrt{\frac{10}{9}}} = \frac{10}{9} \quad \text{مثال:}$$

$$\frac{\sqrt{\frac{10}{3}}}{\sqrt{3}} =$$

خاصية ضرب الجذور التربيعية

$$\sqrt{\frac{a}{b}} \times \sqrt{\frac{c}{d}} = \sqrt{\frac{ac}{bd}}$$

$$\sqrt{9} \times \sqrt{5} = \sqrt{45} \quad \text{أمثلة:}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} = \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3/5} = \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15}$$

تبسيط الجذر التربيعي للمتغيرات

$$\sqrt{\frac{a}{b}} \times \sqrt{\frac{c}{d}} \times \sqrt{\frac{e}{f}} = \sqrt{\frac{ace}{bdf}}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c} = \sqrt{abc}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

عند تبسيط العبارات الجذرية إذا كان ماتحت الجذر التربيعي متغيراً ذا أس زوجي وناتج تبسيطه ذا أس فردي يجب استعمال القيمة المطلقة

إنطاق المقام ( جعل المقام خالياً من الجذور )

عندما يكون المقام من حدين تحتوي على جذر

$$\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b}} \times \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a+b}} = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a-b}$$

$$\frac{\sqrt{3-9}}{\sqrt{3-9}} \times \frac{\sqrt{3+9}}{\sqrt{3+9}} = \frac{\sqrt{3^2-9}}{3-9} = \frac{\sqrt{9-9}}{3-9} = \frac{0}{-6} = 0$$

عندما يكون المقام من حد واحد يحتوي على جذر

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{a}{a}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3}{2}$$

## اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تبسيط العبارة الجذرية  $\sqrt{24} =$

(أ) $\sqrt{2}$	(ب) $\sqrt{4}$	(ج) $\sqrt{6}$	(د) ١٢
----------------	----------------	----------------	--------

٢- تبسيط  $\sqrt{8} \times \sqrt{5} =$

(أ) $\sqrt{4}$	(ب) $\sqrt{2}$	(ج) $\sqrt{4}$	(د) $\sqrt{5}$
----------------	----------------	----------------	----------------

٣- تبسيط العبارة  $\sqrt{\frac{45}{10}} =$

(أ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	(ب) $\frac{\sqrt{5}}{10}$	(ج) $\frac{\sqrt{45}}{10}$	(د) $\frac{\sqrt{50}}{10}$
--------------------------	---------------------------	----------------------------	----------------------------

٢- اكمل الفراغات التالية :

١-  $\sqrt{88} = \sqrt{م^2 ب^3 ر^٥}$  .....

٢- مرافق  $\sqrt{7} - 6$  هو .....

٤- بسط العبارة

$$\sqrt{56} \text{ ص } 10 \text{ ك } 5$$

٣- بسط العبارة :

$$\frac{3}{\sqrt{5} + 3}$$

## ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أجمع العبارات الجذرية وأطرحها
- ✓ أضرب العبارات الجذرية



## تذكر:



تبسيط العبارات الجذرية

## ٩\_٢ العمليات على العبارات الجذرية

يجب أن تكون العبارات الجذرية عند جمعها أو طرحها متشابهة مثلها مثل وحيدات الحد

### جمع وطرح العبارات الجذرية

إذا كان ماتحت جذورها غير متشابهة يجب تبسيط كل حد جذري أولاً، ثم إجراء العمليات الحسابية المطلوبة.

مثال

$$\begin{aligned}(\sqrt{2} \times \sqrt{5}) + \sqrt{4} &= \sqrt{10} + \sqrt{4} \\ (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) + \sqrt{4} &= \\ \sqrt{10} + \sqrt{4} &= \\ \sqrt{10} + 2 &= \end{aligned}$$

إذا كان ماتحت جذورها متشابهة يجب أن تكون العبارات الجذرية عند جمعها أو طرحها متشابهة مثلها مثل وحيدات الحد.

مثال

$$\sqrt{2}(\sqrt{3} - \sqrt{7} + \sqrt{9}) = \sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{2} \times \sqrt{7} + \sqrt{2} \times \sqrt{9}$$

### ضرب العبارات الجذرية

يشبه ضرب العبارات الجذرية ضرب وحيدات الحد.

$$\sqrt{21} \times \sqrt{12} = \sqrt{7 \times 3} \times \sqrt{2 \times 6} = \sqrt{7} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6}$$

كما يمكن استعمال خاصية التوزيع على العبارات الجذرية

مثال:

$$\begin{aligned}(\sqrt{2} \times \sqrt{5}) + (\sqrt{3} \times \sqrt{5}) &= (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \sqrt{5} \\ [(\sqrt{2} \times \sqrt{5})] + [(\sqrt{3} \times \sqrt{5})] &= \\ [\sqrt{10}] + [\sqrt{15}] &= [\sqrt{10}] + [\sqrt{15}] \\ [\sqrt{10}] + 20 &= \end{aligned}$$

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$= \sqrt{4} \sqrt{7} \times \sqrt{5} \sqrt{2} - 1$$

(أ) $\sqrt{20} \sqrt{14}$	(ب) $\sqrt{5} \sqrt{14}$	(ج) $\sqrt{5} \sqrt{28}$	(د) $\sqrt{10} \sqrt{28}$
---------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------------

$$= \sqrt{2} \sqrt{4} + \sqrt{2} \sqrt{5} - \sqrt{2} \sqrt{3} \quad \text{٢- العبارة الجذرية}$$

(أ) $\sqrt{2} \sqrt{4}$	(ب) $\sqrt{2} \sqrt{2}$	(ج) $\sqrt{6} \sqrt{2}$	(د) $\sqrt{6} \sqrt{6}$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

$$= \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{6} - \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{4} \quad \text{(٣)}$$

(أ) $\sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{2}$	(ب) $\sqrt{7} \sqrt{6} + \sqrt{3} \sqrt{2}$	(ج) $\sqrt{14} \sqrt{3} + \sqrt{6} \sqrt{2}$	(د) $\sqrt{7} \sqrt{6} + \sqrt{3} \sqrt{10}$
---------------------------------------------	---------------------------------------------	----------------------------------------------	----------------------------------------------

٢- اكمل الفراغات التالية :

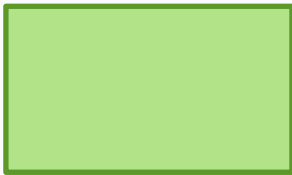
$$\dots\dots\dots = \sqrt{24} \sqrt{2} + \sqrt{54} \sqrt{4} \quad (١)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{12} \sqrt{3} - \sqrt{3} \sqrt{2} + \sqrt{27} \sqrt{2} \quad (٢)$$

٣- أوجد مساحة المستطيل المجاور بأبسط صورة .

$$\sqrt{3} \sqrt{2} - \sqrt{5} \sqrt{2}$$

$$\sqrt{3} \sqrt{2} + \sqrt{5} \sqrt{2}$$



## ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أحل معادلات جذرية
- ✓ أحل معادلات جذرية تتضمن حلولاً دغيلة



## تذكر:



جمع عبارات جذرية وطرعها وضربها.

## ٣\_٩ المعادلات الجذرية

المعادلات الجذرية: هي المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر

حل المعادلات الجذرية التي تحتوي متغيراً في احد طرفي المعادلة

معادلة جذرية  $0 = 2 - 3 + 3x$  ✓  
 إضافة (٢) للطرفين  $2 = 3 + 3x$  ✓  
 تربيع الطرفين  $4 = 3 + 3x$   
 إضافة (-٣) للطرفين  $1 = 3x$

مثال

خطوات حل هذه المعادلات  
 أولاً: أ جعل المتغير الذي تربد ايجاد قيمته في طرف من المعادلة  
 ثانياً: ربّع طرفي المعادلة للتخلص من الجذر

ينتج عن تربيع طرفي المعادلة أحياناً حل لا يحقق المعادلة الأصلية. وهذه الحلول تسمى حلولاً دغيلة؛ لذا عليك التحقق من الحلول كلها في المعادلة الأصلية

حل المعادلات الجذرية التي تحتوي متغيراً في طرفيها

مثال

التحقق

المعادلة الأصلية  $3 + x = 0 + x$  ✓  
 عوض عن  $x = -4$   $3 + (-4) = 0 + (-4)$  ✓  
 $2 = 1$  حل خطأ ✗  
 المعادلة الأصلية  $3 + x = 0 + x$  ✓  
 عوض عن  $x = -1$   $3 + (-1) = 0 + (-1)$  ✓  
 $2 = 2$  حل صحيح ✓

$$3 + x = 0 + x \quad \checkmark$$

الحل:  $(3 + x)^2 = (0 + x)^2$  ربّع الطرفين

$9 + x^2 + 6x = 0 + x^2$  بسط  
 $9 + 6x = 0$  أطرح  $9 + x^2$  من الطرفين  
 $6x = -9$  حل  
 $x = -1.5$  حل  
 $x = -1$  حل

بما أن  $x = -4$  لا تحقق المعادلة الأصلية، لذا فإن  $x = -1$  هو الحل الوحيد للمعادلة

## اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $\sqrt{s-3} - 2 = 4$ هو :			
أ) ٣٦	ب) ٣٩	ج) ٤٢	د) ٤٥
٢- حل المعادلة $s - 3 = \sqrt{s-1}$ هو :			
أ) ٣	ب) ٤	ج) ٥	د) ٦

٢- اكمل الفراغات الآتية :

١- المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر تسمى .....

٢- لحل المعادلات الجذرية اجعل الجذر في طرف المعادلة أولاً ثم ..... للتخلص من الجذر

٣- حل المعادلة  $4 + \sqrt{h+1} = 14$  وتحقق من صحة الحل .

تذكر:

حل معادلات تربيعية  
باستعمال خاصية  
الجذر التربيعي.



## ٩\_٤ نظرية فيثاغورس

ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أهل مسائل باستعمال نظرية فيثاغورس.
- ✓ أعدد إذا كان المثلث المعط قائم الزاوية ام لا.



نظرية فيثاغورس



في المثلث القائم الزاوية: (الوتر)<sup>٢</sup> = (الضلع ١)<sup>٢</sup> + (الضلع ٢)<sup>٢</sup>

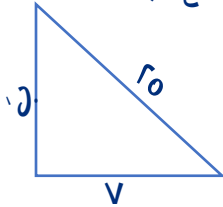
إيجاد الضلع المجهول في المثلث القائم الزاوية

أحد الأضلاع (غير الوتر) المجهول

$$(الضلع ١)^2 = (الوتر)^2 - (الضلع ٢)^2$$

أوجدني طول الضلع المجهول في المثلث الآتي

$$(الضلع ١)^2 = (الوتر)^2 - (الضلع ٢)^2$$



$$(ب) \quad ٧^2 - (٢٥)^2 = (ب)^2$$

$$(ب) \quad ٤٩ - ٦٢٥ = (ب)^2$$

$$(ب) \quad ٥٧٦ = (ب)^2$$

$$\pm ٢٤ = ب$$

بما أن طول الضلع لا يكون سالباً، لذا فإن

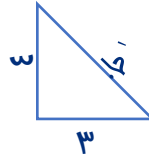
طول الضلع المجهول هو ٢٤ وحدة

الوتر المجهول

$$(الوتر)^2 = (الضلع ١)^2 + (الضلع ٢)^2$$

أوجدني طول الضلع المجهول في المثلث الآتي

$$(الوتر)^2 = (الضلع ١)^2 + (الضلع ٢)^2$$



$$(ج) \quad ٣^2 + (٤)^2 = (ج)^2$$

$$(ج) \quad ٩ + ١٦ = (ج)^2$$

$$(ج) \quad ٢٥ = (ج)^2$$

$$\pm ٥ = ج$$

بما أن طول الضلع لا يكون سالباً، لذا فإن طول

الضلع المجهول هو ٥ وحدات

عكس نظرية فيثاغورس

إذا كان الأطوال أ، ب، جَ لاضلاع مثلث تحقق أن:  $جَ^2 = أ^2 + ب^2$  فإن المثلث قائم الزاوية

مثال: حدد إذا كانت الأطوال (٦، ٨، ١٠) يمكن أن تشكل اضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا؟

بما أن طول الضلع الأكبر هو ١٠ فإن  $جَ = ١٠$  ،  $أ = ٨$  ،  $ب = ٦$

$$جَ^2 = أ^2 + ب^2 \quad \text{نظرية فيثاغورس}$$

$$١٠^2 \stackrel{؟}{=} ٨^2 + ٦^2 \quad \text{بالتعويض عن } جَ = ١٠، أ = ٨، ب = ٦$$

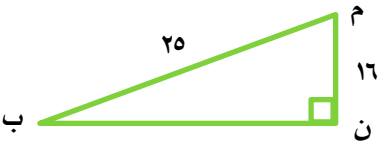
$$١٠٠ \stackrel{؟}{=} ٣٦ + ٦٤ \quad \text{بالتربيع}$$

$$١٠٠ = ١٠٠ \quad \text{بالجمع}$$

بما أن  $جَ^2 = أ^2 + ب^2$  فإن قياسات هذه الأضلاع تشكل مثلثاً قائم الزاوية.

## اختبر نفسك

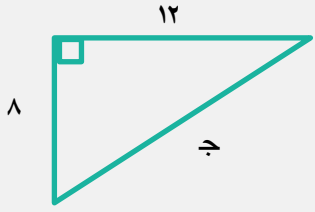
### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - مساحة المثلث م ن ب بالوحدات المربعة في الشكل المجاور :			
	أ ( ٢٩ , ٦٨ )	ب ( ١٥٣ , ٦٧ )	ج ( ٣٠٧ , ٣٥ )
٢ - أي الأطوال التالية تشكل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية ؟			
أ ( ١٥ , ١٢ , ٩ )	ب ( ١٢ , ٦ , ٦ )	ج ( ٨ , ٤ , ٣ )	د ( ٣ , ٥ , ٣ )

### ٢ - اكمل الفراغات الآتية :

- ١ - يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية .....
- ٢ - ضلعا المثلث القائم الزاوية غير الوتر هما .....

٣- أوجد طول الضلع المجهول في المثلث المقابل :-



٤ - اكتشف الخطأ : يحاول حسام و حازم تحديد إن كانت الأعداد ٣٦ , ٧٧ , ٨٥ تشكل ثلاثية فيثاغورس . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

.....

.....

.....

.....

**حازم**

$$277 \stackrel{?}{=} 285 + 236$$

$$5929 \stackrel{?}{=} 7225 + 1296$$

$$5929 \neq 9021$$

لا

**حسام**

$$285 \stackrel{?}{=} 277 + 236$$

$$7225 \stackrel{?}{=} 5929 + 1296$$

$$7225 = 7225$$

نعم

## ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أجد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي
- ✓ أجد نقطة المنتصف بين نقطتين في المستوى الإحداثي



تذكر:  
استعمال نظرية  
فيثاغورس

## ٩\_٥ المسافة بين نقطتين

المسافة بين نقطتين إحداثياتها  $(x_1, y_1)$ ،  $(x_2, y_2)$  يعبر عنها بالقانون

$$f = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

**مثال:** أوجد المسافة بين النقطتين  $(3, 2)$ ،  $(4, 5)$

**الحل:**  $f = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$\sqrt{1 + 9} = \sqrt{(4-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{10}$$

### قانون نقطة المنتصف

نقطة المنتصف: هي النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة تنتمي إلى هذه القطعة ويمكن إيجادها باستعمال القانون

$$M = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

**مثال:** أوجد إحداثي نقطة المنتصف للقطعة

المستقيمة التي تصل بين النقطتين  $(4, 10)$ ،  $(8, 6)$

**الحل:**  $M = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

$$M = \left( \frac{4+8}{2}, \frac{10+6}{2} \right) = M$$

$$M = (6, 8)$$

### إيجاد الإحداثي المجهول

ويمكن استعمال قانون المسافة بين نقطتين عند معرفة المسافة بينهما ومعرفة إحداثيات إحدهما لإيجاد الإحداثي المجهول للنقطة الأخرى

مثال: أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ) إذا كانت المسافة بين نقطتين  $(7, 4)$ ،  $(3, أ)$  تساوي ٥ وحدات

**الحل:**

$$f = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(7-3)^2 + (4-أ)^2} = 5$$

$$\sqrt{32 + 18 - 8أ} = 5$$

$$32 + 18 - 8أ = 25$$

$$7 + 18 - 8أ = 25$$

$$(7-8أ)(1-8أ) = 0$$

$$1-8أ = 0 \text{ أو } 7-8أ = 0$$

$$1 = 8أ \text{ أو } 7 = 8أ$$

## اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - المسافة بين النقطتين $(3, 5)$ ، $(3, 1)$ =			
١٦ ( أ )	٤ ( ب )	٥ ( ج )	٩ ( د )
٢ - إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين $(3, 1)$ ، $(9, 9)$ =			
( ٦ ، ٥ ) ( أ )	( ٦ ، ٤ ) ( ب )	( ٦ ، ٨ ) ( ج )	( ١٢ ، ١٠ ) ( د )

٢ - اكمل الفراغ الآتي :

١ - تسمى النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة وتنتهي إلى هذه القطعة

.....

٣ - أراد سعد وجمال أن يلتقيا في مطعم مشويات كما في التمثيل المجاور فاستعمل سعد قاربه للوصول إلى المطعم في حين استعمل جمال سيارته . علما بأن طول ضلع كل مربع من المستوى الإحداثي يمثل كيلومترا واحدا .



ب - ما المسافة التي قطعها جمال ؟

أ - ما المسافة التي قطعها سعد ؟



حل التناسبات

## ٦\_٩ المثلثات المتشابهة

### ماذا سأتعلم؟!

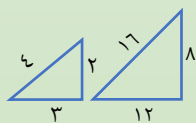
- ✓ أعدد ما إذا كان مثلثان متشابهان أم لا.
- ✓ أجد العناصر المجهولة في مثلثين متشابهين.



المثلثات المتشابهة: هي المثلثات التي لها الشكل نفسه، وزواياها المتناظرة متساوية وقياسات الأضلاع المتناظرة متناسبة والرمز ( $\sim$ ) يشير إلى مثلثين متشابهين

### تحديد المثلثات المتشابهة

باستعمال المقارنة بين نسب أطوال الأضلاع المتناظرة  
مثال: حدد ما إذا كانت المثلثان الآتيان متشابهين  
أم لا، وبرر اجابتك

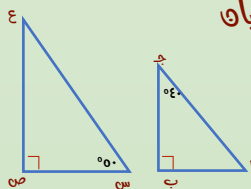


الحل

نعم متشابهة: لأن الأضلاع المتناظرة متناسبة

$$\frac{4}{3} = \frac{16}{12} = \frac{20}{15}$$

باستعمال المقارنة بين قياسات الزوايا المتناظرة  
مثال: حدد ما إذا كانت المثلثان الآتيان متشابهين أم لا، وبرر اجابتك



الحل

نعم متشابهة: لأن الزوايا المتناظرة متساوية في القياس

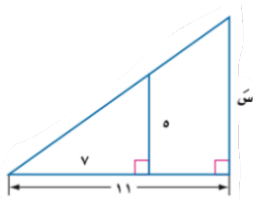
$$\text{قياس } \angle \text{أ} = 180 - (90 + 40) = 50 = \text{قياس } \angle \text{ص}$$

$$\text{قياس } \angle \text{ع} = 180 - (90 + 50) = 40 = \text{قياس } \angle \text{ب}$$

$$\text{قياس } \angle \text{ب} = 90 = \text{قياس } \angle \text{ص}$$

يمكن استعمال التناسب لإيجاد القياسات المجهولة، عندما تكون بعض أطوال أضلاع المثلثات المتشابهة معلومة

مثال: أوجد قياس العناصر المجهولة في المثلثين المتشابهين  
الحل: بما أن المثلثان متشابهان فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة



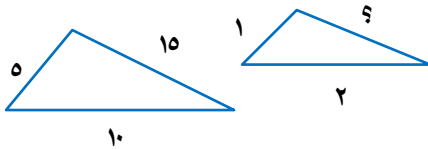
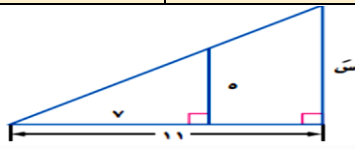
$$\frac{11}{7} = \frac{ص}{5}$$

$$55 = ص \cdot 7$$

$$ص = \frac{55}{7} = 7,9$$

## اختبر نفسك

### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- في الشكل $\triangle \triangle$ متشابهان قياس الضلع المجهول =			
			
أ) ١٢	ب) ١٠	ج) ٦	د) ٣
٢- طول الضلع المجهول س في المثلثين المتشابهين يساوي			
			
أ) $\frac{55}{7}$	ب) $\frac{77}{5}$	ج) $\frac{11}{5}$	د) $\frac{55}{3}$

### ٢- اكمل الفراغ الآتي:

١- في المثلثين إذا تناسبت الأضلاع المتناظرة وتساوت الزوايا المتناظرة يكون المثلثان .....

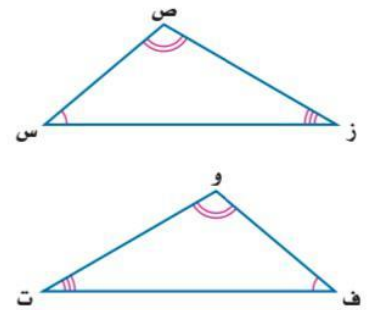
٣- قارنت رهف و نوال بين المثلثين المتشابهين المجاورين . فأيهما كانت مقارنتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

**نوال**

ق  $\triangle$  س = ق  $\triangle$  و  
 ق  $\triangle$  ص = ق  $\triangle$  ف  
 ق  $\triangle$  ز = ق  $\triangle$  ت  
 $\triangle$  س ص ز ~  $\triangle$  و ف ت

**رهف**

ق  $\triangle$  س = ق  $\triangle$  ت  
 ق  $\triangle$  ص = ق  $\triangle$  و  
 ق  $\triangle$  ز = ق  $\triangle$  ف  
 $\triangle$  س ص ز ~  $\triangle$  ت و ف



.....

تذكر:



استعمال نظرية  
فيثاغورس

ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أجد النسب المثلثية للزوايا
- ✓ أستعمل النسب المثلثية لحل المثلث



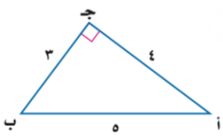
## ٩\_٧ النسب المثلثية

حساب المثلثات : هو دراسة العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه

النسب المثلثية: هي النسب التي تقارن بين طول ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية

مثال

أوجد النسب المثلثية للزاوية أ في المثلث الآتي



$$\text{الحل : جا أ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{ظا أ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{جتا أ} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5}$$

النسب المثلثية الأكثر شيوعاً

جيب الزاوية أ =  $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{الوتر}}$

جيب تمام الزاوية أ =  $\frac{\text{الضلع المجاور للزاوية أ}}{\text{الوتر}}$

ظل الزاوية أ =  $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{الضلع المجاور للزاوية أ}}$



معكوس النسب المثلثية

إذا كانت  $\text{أ} > \text{زاوية حادة}$

وكان  $\text{جا أ} = \text{سن فإن جا}^{-1} = \text{ق} > \text{أ}$

أو كان  $\text{جتا أ} = \text{سن فإن جتا}^{-1} = \text{ق} > \text{أ}$

أو كان  $\text{ظا أ} = \text{سن فإن ظا}^{-1} = \text{ق} > \text{أ}$

مثال: أوجد  $\text{ق} > \text{ص}$  إلى أقرب درجة

نعلم طول الضلع المجاور للزاوية ص وطول الوتر إذن استعمال جيب تمام

$$\text{جتا ص} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{8}{19}$$

$$\text{جتا}^{-1} = \frac{8}{19} = \text{ق} > \text{ص}$$

باستعمال الحاسبة ودالة جتا<sup>-1</sup> (COS<sup>-1</sup>)

$$\text{ق} > \text{ص} = 60^\circ$$

استعمال النسب المثلثية

حل المثلث: يعني إيجاد القياسات المجهولة لإضلاع وزوايا

المثلث القائم الزاوية

مثال: حل المثلث القائم الزاوية مقرباً طول الضلع إلى أقرب جزء من عشرة

أولاً: أجد قياس  $\text{أ} > \text{أ} = 180^\circ - (90^\circ + 41^\circ) = 49^\circ$

قياس  $\text{أ} > \text{أ} = 49^\circ$

ثانياً: أجد أ. باستعمال نسبة الظل لأن الضلع المقابل للزاوية ب معطى ونريد إيجاد المجاور للزاوية ب

$$\text{ظا أ} = \frac{\text{أ}}{85} \Rightarrow \text{أ} = 7,9$$

$$\text{ظا 40} = \frac{7}{\text{أ}} \Rightarrow \text{أ} = 10,5$$

ثالثاً: أجد ج. باستعمال نسبة الجيب لأن قياس الضلع

المقابل للزاوية معطى ونريد إيجاد قياس الوتر

$$\text{جا 41} = \frac{7}{\text{ج}} \Rightarrow \text{ج} = 10,5$$

$$\text{ج} = \frac{7}{\sin 41} = 10,5 \text{ تقريباً}$$

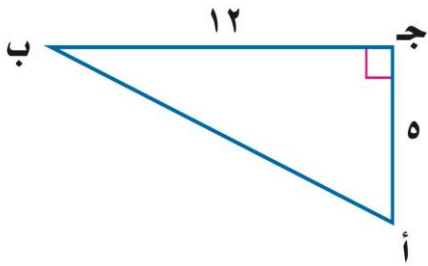
## اختبر نفسك

### ١ - اكمل الفراغات الآتية:

١ - النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم تسمى .....

٢ - دراسة العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه يسمى .....

### ٢ - أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب.





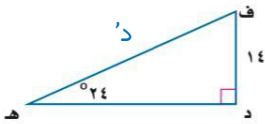

٣- استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي و قرب إلى اقرب جزء من ألف.

ظا  $14^\circ =$

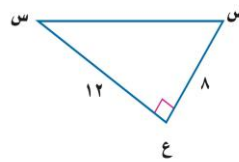
جتا  $23^\circ =$

جا  $37^\circ =$

٥ - أوجد قياس د في المثلث مقربا إلى أقرب جزء من عشرة:



٤ - أوجد قياس س في المثلث مقربا إلى أقرب درجة:



## الفصل العاشر: الإحصاء و الإحتمال

اختبر نفسك	الدرس	الفيديو	العرض البصري	عنوان الدرس
اختبر نفسك	الدرس			تصميم دراسة مسحية
اختبر نفسك	الدرس			تحليل نتائج الدراسة المسحية
اختبر نفسك	الدرس			إحصائيات العينة ومعالم المجتمع
اختبر نفسك	الدرس			التباديل و التوافيق
اختبر نفسك	الدرس			احتمالات الحوادث المركبة

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

## ماذا سأتعلم؟

- ✓ أصمم دراسة مسحية
- ✓ أعرف الطرق المختلفة لاختيار العينة

## ١-١٠ تصميم دراسته مسحية

تذكر:



تنظيم البيانات باستعمال الجداول التكرارية



## أساليب جمع البيانات

### التجربة

تعريفها / استعمالها

تسجل البيانات بعد تغيير العينة وتستعمل للتوصل إلى استنتاجات عامة حول ما يمكن أن يحدث خلال حادثة ما  
مثال عليها /

يقوم مراقب ضبط الجودة بتشغيل آلة بسرعة معينة عشرات مرات فإذا وجد أن المنتج يكون معيباً في كل مرة فإنه يستنتج أن المنتج سيكون معيباً في كل مرة تدور فيها الآلة بهذه السرعة

### الدراسة القائمة على الملاحظة

تعريفها / استعمالها

تسجيل البيانات بعد ملاحظة أو مشاهدة العينة وتستعمل لمقارنة ردود الأفعال والتوصل إلى استنتاجات حول استجابات المجتمع  
مثال عليها /

تراقب شركة لصناعة الدمى بعض الأطفال وهم يلعبون وتلاحظ نوع الدمى التي يفضلونها أكثر ويستنتجون من ذلك أن الأطفال في عمر سنتين يفضلون الدمى التي تصدر أصوات على تلك التي لاتصدر أصوات

### الدراسة المسحية

تعريفها / استعمالها

تؤخذ فيها البيانات من استجابات أفراد عينة من المجتمع للتوصل إلى استنتاجات عامة حول المجتمع  
مثال عليها /

تحديد درجة رضا طلاب مدرسة عن فقرات الإذاعة المدرسية الصباحية : يسأل مشرف الإذاعة عينة من ٥٠ طالب عن رأيهم في فقرات الإذاعة

### ملاحظة هامة /

تكون العينة متحيزة إذا كانت طريقة اختيارها تُعطي تفضيل لمجموعة معينة على مجموعة أخرى وتكون العينة غير متحيزة إذا كان لكل فرد منها الإحتمال نفسه في الاختيار وتسمى عينة عشوائية

## العينات العشوائية

### العينة العشوائية المنتظمة

تعريفها /

العينة التي يُختار أفرادها تبعاً لفترة زمنية محددة أو فئة محددة من العناصر  
مثال عليها /

تُفحص قطعة من خط إنتاج كل عشر دقائق أو تُفحص قطعة من كل ٥٠ قطعة

### العينة العشوائية الطبقيّة

تعريفها /

العينة التي لها يقسم فيها المجتمع إلى فئات متماثلة غير متداخلة ثم يتم اختيار عينة من كل واحدة من هذه الفئات  
مثال عليها /

يختار الباحث عينات من صفوف مختلفة من الطلاب بناء على النسبة المئوية لهذه الصفوف في المدرسة

### العينة العشوائية البسيطة

تعريفها /

العينة التي لها فرصة الاختيار نفسها كأي عينة أخرى من المجتمع  
مثال عليها /

سحب أرقام مئة طالب من كيس وإخضاع هؤلاء الطلاب لدراسة مسحية

## اختبر نفسك

### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- يقف عدد من الطلاب عند مدخل المدرسة و يسألون كل عاشر طالب يدخلها عن هوايته المفضلة .

أ ) متحيزة	ب ) غير متحيزة	ج ) طبقية	د ) غير ذلك
------------	----------------	-----------	-------------

### ٢- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت مه , ثم صف أسلوب جمع البيانات المستعمل في كل مما يلي :

١- يريد مدير ناد رياضي أن يحدد شعارا للنادي , فسأل ١٠٠ شخص من مشجعي النادي اختيروا عشوائيا عن آرائهم .

العينة /

المجتمع /

أسلوب جمع البيانات /

٢- سألت وكالة سياحية جميع زبائنها الذين تعاملوا معها خلال السنتين الماضيتين عن الأماكن الأكثر تفضيلا و الأقل تفضيلا .

العينة /

المجتمع /

أسلوب جمع البيانات /

### ٣- اكمل الفراغات الآتية :

١ - العينة التي يختار أفرادها تبعا لزمان معين أو فترة زمنية محددة تسمى .....

٢ - العينة التي لها الفرصة الاختيار نفسها كأى عينة أخرى من المجتمع تسمى .....

٣- جزء من مجموعة أكبر تسمى المجتمع هي .....

### ٤- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت منه ثم صف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة :

يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة بدءا بوقت يحدد عشوائيا

تصنيف العينة

المجتمع

العينة



تذكر:

تصميم الدراسات  
المسحية

## ١٠-٢ تحليل نتائج الدراسة المسحية

### ماذا سأتعلم!؟

- ✓ ألفتصن نتائج الدراسة المسحية
- ✓ أقوم نتائج الدراسة المسحية



### مقاييس النزعة المركزية

المتنوال	الوسيط	المتوسط الحسابي	وصفه
العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات	العدد الأوسط أو متوسط العددين الأوسطين في البيانات المرتبة	مجموع البيانات مقسوماً على عددها	متى يستخدم!؟
عندما توجد أعداد متكررة في مجموعة البيانات	عندما توجد قيمة متطرفة في البيانات ولكن لا توجد فجوة كبيرة في وسط البيانات	عندما لا يوجد قيم متطرفة في مجموعة البيانات	

### أنواع البيانات /

**بيانات كمية** تُعطي بصورة قيم عديدة يمكن تحليلها مثل درجات الإختبار أو ساعات الدراسة أو كتل الأجسام  
**بيانات نوعية** لا يمكن أن تأخذ قيمة عديدة ومن أمثلتها الجنس (ذكر، أنثى)، الجنسية، البرنامج التلفزيوني المفضل

### تقويم نتائج الدراسة المسحية

غالباً ماتقدم الصحف اليومية والمجلات والتقارير الملتفة نتائج دراسات مسحية تحتاج إلى الحكم على مصداقيتها قبل اتخاذ قرار يُعتمد عليها ويمكن أن تطرح بعض الأسئلة على نفسك من أجل ذلك مثل:

مامجتمع الدراسة؟ والعيّنات المأختارة منه؟ وهل استطيع تحديدها بسهولة؟ وهل هي متحيزة؟

مامصدر البيانات؟ وهل هو موثوق؟ وهل يمكن أن يكون متحيز؟

هل تدعم البيانات الاستنتاجات فعلياً؟

وهذا مايسمى بتقويم نتائج الدراسة المسحية

### نتائج مظهر



يفكر قائد مدرسة ثانوية كبيرة في تطبيق نظام جديد لتوزيع الطلاب على جمعيات النشاط فوزع استبانة على الطلاب يسألهم عن رأيهم في النظام الجديد وكان السؤال / مارأيك في تطبيق النظام الجديد لتوزيع الطلاب على جمعيات النشاط؟

الاستنتاج / لن يزعج الطلاب من تطبيق نظام توزيع الطلاب على جمعيات النشاط  
حدد ما إذا كان التمثيل بالأعمدة المجاور يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الدراسة المسحية؟

يبدو للوهلة الأول ان معظم الطلاب موافقون على تطبيق النظام الجديد ومع ذلك فإن أطوال فترات التدرج غير ثابتة وإذا ألقينا نظرة فاحصة نجد أن نحو ٤٥٠ طالب غير موافقين او غير موافقين بشدة على هذا النظام الجديد وأن عدد الطلاب الموافقين يزيد قليلا على ٣٠٠ طالب فقط لذا فإن التمثيل البياني المعروض مظهر والاستنتاج غير صادق

## اختبر نفسك

### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات يسمى :

أ) المتوسط	ب) الوسيط	ج) المنوال	د) المدى
------------	-----------	------------	----------

٢ - ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( × ) أمام العبارة الخاطئة :

١ - الوسيط هو مجموع البيانات مقسوماً على عددها ( )

٢ - البيانات النوعية يمكن أن تأخذ قيمة عددية ( )

٣- أي مقاييس النزعة المركزية ( إن وجدت ) هو الأنسب لتمثيل البيانات ؟ و برر إجابتك . ثم أحسب ذلك المقياس

أجريت دراسة حول الأنشطة الصيفية المفضلة التي يمارسها الطلاب . و عرضت نتائجها في الجدول المجاور .

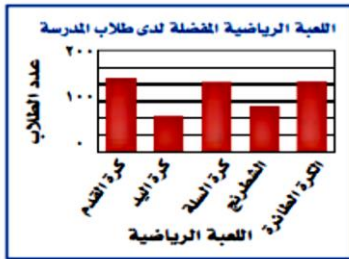
الأنشطة الصيفية			
٤٣٢	المخيمات	٦٥٠	السباحة
٢٨١	المطالعة	٨٨٥	الرحلات
٥١٤	أخرى	١١٢٣	الرياضة

### ٤ - حدد صحة المعلومات و الاستنتاجات لتقرير الدراسة المسحية فيما يأتي :

يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج استطلاع أجراه مدرس التربية الرياضية لمعرفة اللعبة الرياضية التي يفضلها طلاب المدرسة.

السؤال : ما اللعبة الرياضية التي تفضلها؟

الاستنتاج : كرة اليد هي اللعبة الأقل شيوعاً من الألعاب الرياضية المفضلة.



## ١٠-٣ إحصائيات العينة ومعالم المجتمع

تذكر:



تنظيم نتائج الدراسة  
المسحية وتلخيصها

### ماذا سأتعلم؟!

- استعمل إحصائيات العينة لتحليل نتائج الدراسة المسحية
- أحلل البيانات باستعمال إحصائيات العينة



### عين العينة والمجتمع في الموقف التالي ثم صف إحصائي العينة ومعلمة المجتمع

اختيرت عينة عشوائية من إحدى الجامعات مكونة من ٤٠ من طلبة المنح الدراسية ثم حُسب متوسط درجاتهم

العينة : مجموعة الطلاب ٤٠ المتقدمين بطلبات المنح الدراسية  
المجتمع : جميع الطلاب طلبة المنح الدراسية  
إحصائي العينة : متوسط درجات الطلاب الأربعة  
معلمة المجتمع : متوسط درجات جميع طلبة المنح الدراسية

### مقاييس التشتت

المقاييس	الوصف	متى يفضل استعماله؟!
المدى	الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في مجموعة البيانات	لوصف الأعداد التي تشملها مجموعة البيانات
الربعات	القيم التي تقسم مجموعة البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية	لتحديد القيم الواقعة في الجزء الأعلى أو الجزء الأسفل من مجموع البيانات
المدى الربيعي	مدى النصف الأوسط من مجموعة البيانات وهو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى	لتحديد القيم الواقعة في النصف الأوسط من مجموعة البيانات

### الانحراف المتوسط : هو متوسط القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي لمجموعة البيانات

#### كيف نوجد الانحراف المتوسط ..؟!

- 1- نوجد المتوسط الحسابي
- 2- نوجد مجموع القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي
- 3- نقسم هذا المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات

الانحراف المعياري : هو القيمة التي تُحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

التباين : هو مربع الانحراف المعياري

#### كيف نوجد التباين والانحراف المعياري ..؟!

- 1- نوجد المتوسط الحسابي
- 2- نوجد مربع الفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي ثم نجمع هذه المربعات ونقسم المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات لنحصل على التباين
- 3- نوجد الانحراف المعياري بإيجاد الجذر التربيعي للتباين

## اختبر نفسك

### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- الانحراف المتوسط لمجموعة البيانات ٦ , ١٠ , ١٥ , ١١ , ٨ يساوي			
٦ (أ)	٨ (ب)	١٠ (ج)	١٢ (د)
٢- الانحراف المعياري للأعداد ١٢ , ١٥ , ١٨ , ٢١ يساوي			
١١ , ٣ (أ)	٣ , ٤ (ب)	٩ , ٦ (ج)	١٦ , ٥ (د)

### ٢- أكمل الفراغ التالي:

١- ..... هو مربع الانحراف المعياري للبيانات

٢- ..... هو القيمة التي تدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

### ٣- عين العينة و المجتمع , ثم صنف إحصائي العينة و معلمة المجتمع .

اختيرت عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير التعليمية , و سئل أفراد العينة عن الوقت الذي يقضيه كل منهم في الأنشطة المنهجية الإضافية خلال الأسبوع .

العينة	المجتمع	إحصائي العينة	معلمة المجتمع
--------	---------	---------------	---------------

٤- اكتشف الخطأ : تصف كل من سحر و رغد طريقة دقة دراسة مسحية , فأيتهما إجابتهما صحيحة ؟ فسر ذلك .

**رغد**  
يجب اختيار عينة الدراسة المسحية عشوائياً , و يجب أن تؤخذ عدة عينات عشوائية

**سحر**  
يجب أن تشتمل الدراسة المسحية على أكبر عدد ممكن من أفراد المجتمع

ماذا سأتعلم؟!

- ✓ استعمال التباديل
- ✓ استعمال التوافيق

١٠-٤ التباديل والتوافيق

تذكر:



استعمال مبدأ العد الأساسي



### التوافيق

يسمى عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية توافيق

في التوافيق الترتيب غير مهم أبداً  
اختيار جزء من كل

أوجد قيمة كل مما يلي:

$$٢٠ = \frac{٤ \times ٥ \times ٦}{١ \times ٢ \times ٣} = ٣ ق ٦$$

$$٦ = \frac{٣ \times ٤}{١ \times ٢} = ٢ ق ٤$$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

تطلب أم من بناتها الخمسة القيام بالأعمال المنزلية كل أسبوع بكم طريقة يمكن اختيار اثنتين منهن لتنظيف ساحة المنزل؟  
ملاحظة هامة / الترتيب في عملية الاختيار غير هام كذلك تلاحظ انه اختيار جزء من كل لذلك تحل بالتوافيق

$$١٠ = \frac{٤ \times ٥}{١ \times ٢} = ٢ ق ٥$$

### التباديل

عندما تنظم العناصر بحيث يكون ترتيبها مهماً وتكتب جميع الترتيبات الممكنة لهذه العناصر يسمى كل من هذه الترتيبات تبديل

في التباديل الترتيب مهم جداً

أوجد قيمة كل مما يلي:

$$٣٠ = ٥ \times ٦ = ٢ ق ٦$$

$$٦٠ = ٣ \times ٤ \times ٥ = ٣ ق ٥$$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

بريد أمين مكتبة أن يعرض ٦ مجلات من بين ١٠ مجلات مختلفة على رف ، فبكم طريقة يمكنه ذلك ؟

ملاحظة هامة / كلمة مختلفة تدل على ترتيب لذلك تحل بالتباديل

$$١٥١٢٠٠ = ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠ = ٦ ق ١٠$$

المضروب : مضروب العدد الصحيح الموجب n هو ناتج ضرب الأعداد الصحيحة الموجبة التي تقل عن n أو تساويه

$$٢٤ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ = ٤ ق ٤$$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

دخل فهد وخمسة من أصدقائه قاعة محاضرات فبكم طريقة مختلفة يمكنهم أن يجلسوا جميعاً على ٦ مقاعد خالية في صف واحد واحد ؟

$$٧٢٠ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ = ٦ ق ٦$$

عدد طرق جلوس فهد وأصدقائه هو

## اختبر نفسك

### ١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من ٤ أشخاص من بين ١٢ شخصا ؟			
٤٨ ( أ )	٤٨٣ ( ب )	٤٩٥ ( ج )	٨٨٠ ( د )
٢- يريد أحد المراكز التجارية أن يعرض صور جوائزه الست التي يوزعها على الزبائن على لوحة . بكم طريقة يمكن تنظيم الجوائز في صف واحد ؟			
١٢٠ ( أ )	٤٥٠ ( ب )	٧٢٠ ( ج )	٩٦٠ ( د )
٣- $٧! = ٢$			
١٤ ( أ )	٤٢ ( ب )	٤٩ ( ج )	٢٤٠ ( د )
٤- $٦! = ٤$			
١٥ ( أ )	٢٠ ( ب )	٣٠ ( ج )	٤٥ ( د )

### ٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية تسمى .....

٣- حدد هل يتضمن كل موقف من المواقف الآتية تباديل أم توافيق :

اختيار ٥ كتب لقراءتها من بين ٨ كتب على رف

اختيار الفائزين بالمراكز الثلاثة الأولى في مسابقة ثقافية

٤- اكتشف الخطأ: تريد كل من سلمى و نوف أن يكونا لجنة مؤلفة من ٤ طالبات . للإشراف على تزيين المدرسة استعدادا لاحتفال تكريم الأوائل . تريد كل منهما أن تحدد عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا تطوع ١٠ طالبات للقيام بهذا العمل . فأيهما كانت إجابتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

الإجابة

$$\begin{aligned} \text{نوف} \\ \frac{!10}{!4!(4-10)} = {}_4^{10} \\ 210 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{سلمى} \\ \frac{!10}{!(4-10)} = {}_4^{10} \\ 5040 = \end{aligned}$$

## ١٠-٥ احتمالات الحوادث المركبة

تذكر:



كيفية حساب احتمال بسيط

### ماذا سأتعلم؟

- ☑ نوجد احتمال حادثتين مستقلتين أو غير مستقلتين
- ☑ نوجد احتمال حادثتين متنافيتين أو حادثتين غير متنافيتين



### الحوادث المستقلة وغير مستقلة

الحوادث المستقلة هي التي نتيجة إحداهما لا تؤثر على الأخرى

مثال : يحوي كيس على ١٠ كرات ٥ منها زرقاء و ٥ سوداء  
٣ فخرء ثم سحب كرة عشوائياً زرقاء ثم سوداء

مستقلة : ح ( زرقاء وسوداء )

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100} \times \frac{2}{10} \times \frac{0}{10}$$

غير مستقلة : عندما سحبنا الكرة الأولى لم يتم إعادتها إلى الكيس

$$\frac{1}{10} = \frac{7}{90} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{10}$$

### الحوادث المركبة

تتكون من حادثتين بسيطتين وأكثر

مثال : يحتوي كيس على ٦ كرات سوداء و ٩ زرقاء و ٤ صفراء  
وكرتين فخرءين فإذا سُحبت منه كرة عشوائياً ثم أعيدت  
وسُحبت كرة ثانية أو جداً احتمال سحب كرة سوداء  
ثم كرة صفراء ؟

$$\frac{6}{21} = \frac{\text{عدد الكرات السوداء}}{\text{عدد الكرات الكلي}} = \text{ح ( سوداء )}$$

$$\frac{4}{21} = \frac{\text{عدد الكرات الصفراء}}{\text{عدد الكرات الكلي}} = \text{ح ( صفراء )}$$

إذا احتمال الحوادث المستقلة يكون

$$\text{ح ( سوداء و صفراء )} = \text{ح ( سوداء )} \times \text{ح ( صفراء )}$$

$$\frac{24}{441} = \frac{4}{21} \times \frac{6}{21} =$$

### الحوادث الغير متنافية

مثال :

في حادثة رمي مكعب أرقام ما احتمال ظهور عدد فردي  
أو أولي ؟

أولاً نوجد احتمال ظهور عدد فردي وعدد أولي كلاً على حده

$$\frac{3}{6} = \text{ح ( فردي )}$$

$$\frac{3}{6} = \text{ح ( أولي )}$$

$$\frac{2}{6} = \text{ح ( فردي أو أولي )}$$

ح ( فردي ) + ح ( أولي ) - ح ( الأعداد الأوليه الفرديه )

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} + \frac{3}{6}$$

### الحوادث المتنافية

هي الحوادث التي لا يمكن وقوعها معاً

مثال :

عند رمي مكعب أرقام أوجد احتمال ظهور العدد ٣ أو ٥  
أولاً نوجد احتمال ظهور العدد ٣ والعدد ٥ كلاً على حده

$$\frac{1}{6} = \text{ح ( ظهور ٣ )}$$

$$\frac{1}{6} = \text{ح ( ظهور ٥ )}$$

احتمال الحوادث المتنافية

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \text{ح ( ٣ أو ٥ )}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \text{ح ( ٤ على الأقل )}$$

## اختبر نفسك

١- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة:

١- عند رمي مكعب أرقام فإن حادثة ظهور ( عدد فردي أو أولي ) حوادث متنافية ( )

٢- اكمل الفراغات التالية:

١- عندما تؤثر نتيجة حادثة ما في نتيجة حادثة أخرى تسمى حادثتان .....

٢- الحادثتان اللتان لا يمكن وقوعهما معا تسمى حادثتان .....

٣- يحتوي كيس على ٣ كرات حمراء و ٢ كرتين خضراوين و ٤ كرات زرقاء . اختيرت منه كرتان عشوائيا دون إرجاع . أوجد احتمال أن تكون الكرتان زرقاوين .

٤- أوجد كلا من الاحتمالات الآتية عند رمي مكعب أرقام :

ح ( عدد زوجي ) =

ح ( ٢ أو ٣ ) =

ح ( أقل من ٣ ) =

٥- اكتشف الخطأ : يريد كل من حمد و جمال تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء او حمراء عشوائيا من

كيس يحتوي على ٨ كرات زرقاء و ٦ حمراء و ٨ صفراء و ٤ بيضاء فإيهما إجابته صحيحة مع التبرير ؟

الإجابة

$$\begin{aligned} &\text{جمال} \\ &\text{ح (زرقاء أو حمراء)} \\ &\text{ح (زرقاء)} \times \text{ح (حمراء)} = \\ &\frac{1}{26} \times \frac{8}{26} = \\ &= \frac{8}{676} = 7\% \text{ تقريبا} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{حمد} \\ &\text{ح (زرقاء أو حمراء)} \\ &\text{ح (زرقاء)} + \text{ح (حمراء)} = \\ &\frac{1}{26} + \frac{8}{26} = \\ &= \frac{9}{26} = 54\% \text{ تقريبا} \end{aligned}$$

ملحق الإجابات

الفصل السادس

اختبر نفسك  
ضرب وحيدات الحد

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- أي مما يلي لا يعتبر وحيدة حد :			
(أ) $\frac{س ص ع^٢}{٢}$	(ب) $\frac{م ف^-٢}{ن}$	(ج) $٢٣أب ج د^٢$	(د) $٣س٢ ص٣ ك^٢$
٢- تبسيط العبارة $(٣ن٦) (٢ن٢) =$			
(أ) $١٢ ن١٠$	(ب) $٨ ن١٠$	(ج) $٨ ن٤$	(د) $١٢ ن٣$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- إذا كان طول مستطيل ٢٥ س<sup>٣</sup> . وعرضه ٥ س<sup>٢</sup> فإن مساحته تساوي ١٢٥ س<sup>٥</sup>

٢- يسمى العدد أو المتغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة وحيدة حد

٣- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه تضرب الأسس ( ✗ )

٢- العبارة س - ٢١ وحيدة حد ( ✗ )

٤- بسط كل عبارة مما يأتي:

$$\begin{aligned} & ٢ [ ٢ ( ٣ ٢ ) ] \\ & ٢ ( ٣ \times ٢ ٢ ) = \\ & ٢ ( ٦ ٢ ) = \\ & ١٢ ٢ = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ٣ ( ٢ ف٢ ج٣ ل٢ ) \\ & ٣ ( ٢ - ) ٣ ( ٢ ف ) ٣ ( ٣ ج ) ٣ ( ٢ ل ) = \\ & ٨ - = ٢ ف٦ ج٢ ل٢ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ( ٥ م٤ ف ) ( ٧ م٤ ف٣ ) \\ & ( ٧ \times ٥ ) ( م٤ \times م٤ ) ( ف٣ \times ف٣ ) = \\ & ٣٥ م٨ ف٦ = \end{aligned}$$

اختبر نفسك  
قسمة وحيدات الحد

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تبسيط العبارة $= \frac{٢٤ م ن}{٢ م ن}$			
(أ) $\frac{٢ ن}{م}$	(ب) $\frac{٢ م}{ن}$	(ج) $٢ م ن$	(د) $٣ م ن$
٢- تبسيط العبارة $= \frac{ب٤ ج٤ د}{ب٤ ج}$			
(أ) $٢ ب ج$	(ب) $ب٤ ج٤ د$	(ج) $ب٤ د$	(د) $ب٤ ج٤ د$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- تستعمل لمقارنة المقادير و تقدير الحسابات و اجرائها بسرعة و تعبر عن العدد مقربا الى اقرب قوى العشرة  
رتبة المقدار

٣- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة و علامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه تطرح الأسس ( ✓ )

٢- تبسيط العبارة ( ٣ س٢ ص ) = ٣ س٢ ص ( ✗ )

٤- بسط كل عبارة مما يأتي مفترضا أن المقام لا يساوي صفرا :

$$\begin{aligned} & \left( \frac{٣ س٤}{٤ ص٣} \right)^٣ \\ & = \frac{٣(٣)٣(٤)}{٣(٤)٣(٣)} \\ & = \frac{٢٧ س٩}{٣٦ ص١٢} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{٣ ر٣ ن١ س١ - ٥}{٥ ن س} \\ & = (٣ ر) (٣ ن) (١ - ٢) (١ - ٥) (س - ٥) \\ & = ٣ ر٣ ن٣ س١ - ١٠ \\ & = \frac{٣ ر}{٥ ن س١} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{٢ ر٤ ن٧ ف٧}{٢ ن٧ ف٧} \\ & = (٢ ر) (٤ ن) (٧ - ٧) (٧ - ٢) (ف - ٢) \\ & = ٢ ر٤ ن٧ ف٧ \\ & = ٢ ر٤ ن٧ ف٧ \end{aligned}$$

اختبر نفسك  
كثيرات الحدود

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تصنف كثيرة الحدود ٢ س <sup>٢</sup> - ٤ س - ٦ على أنها :			
أ) وحيدة حد	ب) ثنائية حد	ج) ثلاثية حدود	د) غير ذلك
٢- درجة وحيدة الحد ٢ د <sup>٥</sup> ب <sup>٣</sup> هي :			
أ) الثالثة	ب) الخامسة	ج) الثامنة	د) الثانية

٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( \* ) أمام العبارة الخاطئة :

١- درجة كثيرة الحدود ٤ س<sup>٥</sup> + ٥ س - ٣ من الدرجة الثالثة ( \* )

٣- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

كثيرة الحدود	مجموع أسس كل متغيراتها
درجة وحيدة الحد	أكبر درجة لأي حد من حدودها
درجة كثيرة الحدود	هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد

٤- اكتب كثيرة الحدود فيما يأتي بالصورة القياسية، وحدد المعامل الرئيس فيها :

- س<sup>٢</sup> + ٣ س + ٣ س

الصورة القياسية هي :

٣ س<sup>٣</sup> - ٣ س<sup>٢</sup> + ٣ س + ٣

المعامل الرئيس هو ٣

## اختبر نفسك

### جمع كثيرات الحدود و طرحها

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$١- \text{ ناتج } (٢ص - ٥) - (٣ص + ١) =$$

(أ) ٥ ص + ٦	(ب) ٤ ص -	(ج) ٦ ص -	(د) ٤ ص -
-------------	-----------	-----------	-----------

٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( \* ) أمام العبارة الخاطئة:

١- يتم جمع كثيرتي حدود بجمع الحدود المتشابهة ( ✓ )

٣- أوجد ناتج مايلي :

$$(٣ص - ٢ص + ٢ص) + (٣ص - ٢ص + ٢ص)$$

$$= (٣ص + ٣ص) + (٢ص - ٢ص) + (٢ص - ٢ص) = ٦ص + ٠ص + ٠ص = ٦ص$$

$$(٨ص - ١٠ص + ٥ص) - (٧ص - ١٢ص + ٢ص)$$

$$= (٨ص - ١٠ص + ٥ص) + (-٧ص + ١٢ص - ٢ص) =$$

$$= (٨ص - ١٠ص + ٥ص) + [(-٧ص) + ١٠ص] + [(١٢ص - ٢ص)] = ٨ص - ١٠ص + ٥ص - ٧ص + ١٠ص + ١٠ص - ٢ص = ١٤ص - ٢ص$$

٤- اكتشف الخطأ: يجد كل من تامر و سلطان ناتج: (٢ص - ٢ص) - (٣ص + ٣ص - ٢ص). فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.

#### سلطان

$$(٢ص - ٢ص) - (٣ص + ٣ص - ٢ص) = (٢ص - ٢ص) + (-٣ص - ٣ص + ٢ص) = ٠ص - ٦ص + ٢ص = -٤ص$$

#### تامر

$$(٢ص - ٢ص) - (٣ص + ٣ص - ٢ص) = (٢ص - ٢ص) + (-٣ص - ٣ص + ٢ص) = ٠ص - ٦ص + ٢ص = -٤ص$$

كلاهما إجابته خطأ، فلم يجد أي منهما النظير الجمعي بشكل صحيح. إذ إن جميع حدود كثيرة الحدود التي تلي عملية الطرح يجب أن تضرب في -١

اختبر نفسك  
ضرب كثيرات الحدود

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ناتج $(2س + 3)(س + 5) =$			
( أ ) $2س^2 + 8س + 15$	( ب ) $س^2 + 7س + 15$	( ج ) $2س^2 + 13س + 15$	( د ) $2س^2 + 13س + 8$

٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة :

( ✓ )	١- تستعمل طريقة التوزيع بالترتيب في ضرب ثنائتي حد
( ✗ )	٢- العبارة التربيعية هي عبارة ذات متغير واحد من الدرجة الثالثة

٣- أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(4س^2 - 3)(4س^2 + 7س + 2)$$

$$= 4س^2(4س^2 + 7س + 2) - 3(4س^2 + 7س + 2)$$

$$= 16س^4 + 28س^3 + 8س^2 - 12س^2 - 21س - 6$$

$$= 16س^4 + 28س^3 - 4س^2 - 21س - 6$$

$$(4م - 3)(2 + م)$$

$$= 4م(2 + م) - 3(2 + م)$$

$$= 8م + 4م^2 - 6 - 3م$$

$$= 4م^2 + 5م - 6$$

يحيط ممر عرضه س بحديقة مستطيلة الشكل طولها ٨ أمتار . و عرضها ٦ أمتار . أكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للحديقة و الممر .

$$\text{المساحة الكلية} = (س + \text{طول الحديقة})(س + \text{عرض الحديقة})$$

$$= (س + 8)(س + 6)$$

$$= 4س^2 + 16س + 12س + 48$$

$$= 4س^2 + 28س + 48$$

## اختبر نفسك

حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ناتج  $(٦ص - ٣) = ٢$

٩- ص ٣٦ ( د )	٩- ص ٣٦ ( ج )	٩+ ص ٣٦ - ٢ص ٣٦ ( ب )	٩- ص ٣٦ + ٢ص ١٨ ( أ )
٢- مربع طول ضلعه ص وحدة إذا نقص طول كل ضلع ٩ وحدات فإن العبارة التي تمثل مساحة المربع الجديد هي :			
٨١+ ص ١٨ ( د )	١٨+ ص ١٨ - ٢ص ١٨ ( ج )	١٨ - ص ٢ ( ب )	٨١ - ٢ص ١٨ ( أ )

٢- أوجد ناتج مايلي :

$$(٥ص - ٢ص)٢$$

$$= (٥ص)٢ - ٢(٥ص)(٢ص) + (٢ص)٢$$

$$= ٢٥ص - ٢٠ص + ٤ص$$

$$(٥+ ص)٢$$

$$= (٥+ ص)٢ + ٢(٥+ ص)(٥) + (٥)٢$$

$$= ٢٥ + ١٠ص + ٢٥$$

$$(٢+ ص ٣)(٢- ص ٣)$$

$$= (٢)٢ - ٢(٢)(٣ص) + (٣ص)٢$$

$$= ٤ - ١٢ص + ٩ص$$

٣- حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي :

$$(٢+ ص ٣)(٢- ص ٣)$$

$$(٢+ ص ٣)(٢+ ص ٣)$$

$$(٢- ص ٣)(٢+ ص ٣)$$

$$(٢- ص ٣)(٢- ص ٣)$$

$(٢+ ص ٣)(٢- ص ٣)$  لأن ناتج الضرب لا يحتوي على حد أوسط بينما الحدود الثلاثة الأخرى تحتوي على حد أوسط

ملحق الإجابات

الفصل السابع



اختبر نفسك  
استعمال خاصية التوزيع

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٥س - ١٠ص هو			
(أ) ٥ص	(ب) ٥ص (س-٢)	(ج) ص (٥س-١٠)	(د) (س-٢)
٢- مجموعة حل المعادلة ٣س (س-١) = ٠ هي :			
(أ) {٠}	(ب) {١، ٠}	(ج) {١، ٠}	(د) {١}

٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة :

١- إذا كان حاصل ضرب عاملين صفرا، فإن أحد العاملين على الأقل يساوي صفرا ( ✓ )

٤- حلل كثيرة الحدود الآتية :

$$ن م + ٢ ن + ٨ م + ١٦$$

$$= (ن م + ٢ ن) + (٨ م + ١٦)$$

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة

$$= ن(م + ٢) + ٨(م + ٢)$$

حلل كل تجميع بإخراج (ق.م.أ)

$$= (م + ٢)(ن + ٨)$$

خاصية التوزيع

٣- استعمل خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود

$$١٢ل ك + ٦ل ك + ٢ل ك$$

$$١٢ل ك = ٢ل ك (٦ + ٣ + ١) = ٢ل ك (٦ + ٣ + ١)$$

$$٦ل ك = ٢ل ك (٣ + ١) = ٢ل ك (٣ + ١)$$

$$٢ل ك = ٢ل ك (١)$$

$$(ق.م.أ) = ٢ل ك$$

$$١٢ل ك + ٦ل ك + ٢ل ك$$

أعد كتابة كل حد باستعمال (ق.م.أ)

$$= ٢ل ك (٦ + ٣ + ١) + ٢ل ك (٣ + ١) + ٢ل ك (١)$$

$$= ٢ل ك (٦ + ٣ + ١ + ٣ + ١ + ١)$$

٥- اكتشف الخطأ : يحل كل من حمد وراشد المعادلة ٢م = ٤م . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

الإجابة

راشد يجب جعل أحد طرفي المعادلة صفرا . ولا يصح القسمة على متغير . لأنه قد تكون قيمة المتغير صفرا

حمد

$$٢م = ٤م$$

$$\frac{٢م}{٢} = \frac{٤م}{٢}$$

$$٢ = ٢م$$

راشد

$$٢م = ٤م$$

$$٠ = ٤م - ٢م$$

$$٠ = (٤ - ٢)م$$

$$٠ = ٢م \text{ أو } ٠ = ٢ - ٢م$$

$$٢ = ٢م \text{ أو } ٠ = ٢م$$

## اختبر نفسك

المعادلات التربيعية:  $س^2 + ب س + ج = ٠$

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود $س^2 + س - ٢٠ =$			
(أ) $(س + ٥)(س + ٤)$	(ب) $(س + ٤)(س - ٥)$	(ج) $(س - ٤)(س + ٥)$	(د) $(س - ٤)(س - ٥)$
٢- إذا كانت مساحة مستطيل طوله $(س + ٢)$ تساوي $ص - ٢$ فإن عرضه يساوي			
(أ) $(ص - ٦)$	(ب) $(ص + ٦)$	(ج) $(ص - ٢)$	(د) $(ص - ٤)$

٣- حل المعادلة الآتية و تحقق من صحة الحل :

$$س^2 + ١٠س + ٩ = ٠$$

$$س(س + ٩) = (س + ١)$$

$$س + ٩ = ٠ \quad , \quad س + ١ = ٠$$

$$س = -٩ \quad , \quad س = -١$$

التحقق من الحل

نعوض عن  $س = -٩$  في المعادلة الأصلية

$$٠ = ٩ + (٩ - ١)١٠ + ٢(٩ - ١)$$

$$٠ = ٩ + ٩٠ - ٨١$$

نعوض عن  $س = -١$  في المعادلة الأصلية

$$٠ = ٩ + (١ - ١)١٠ + ٢(١ - ١)$$

$$٠ = ٩ + ١٠ - ١$$

٢- حل كثيرة الحدود :

$$ن^2 + ٤ن - ٢١$$

ب = ٤ ، ج = -٢١

مجموع العاملين	عوامل العدد -٢١
٢٠	-١ ، ٢١
٤	-٣ ، ٧

العاملان الصحيحان هما -٣ ، ٧

$$ن^2 + ٤ن - ٢١ = (ن - ٣)(ن + ٧)$$

٤- اكتشف الخطأ : حل كل من ماجد و خليل العبارة :  $س^2 + ٦س - ١٦ = ٠$  . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

خليل

$$س^2 + ٦س - ١٦ = (س - ٢)(س + ٨)$$

ماجد

$$س^2 + ٦س - ١٦ = (س + ٢)(س - ٨)$$

خليل ، عند ضرب العاملين اللذين يشكلان إجابة ماجد يكون الناتج  $س^2 + ٦س - ١٦$  ، إلا أن الحد الأوسط يجب أن يكون موجبا

## اختبر نفسك

المعادلات التربيعية: أس<sup>٢</sup> + ب س + ج = ٠

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٢س <sup>٢</sup> + ٥س + ٣ هو :			
(أ) (٣+س)(١+س)	(ب) (١-س)(٣+س)	(ج) (٥-س)(٣-س)	(د) (٣-س)(٢-س)
٢- إذا كان أحد جذري المعادلة ٣س - ٢ = ١٠ + س + ٨ = ٠ هو ٢ فإن الجذر الآخر هو :			
(أ) $\frac{3}{4}$	(ب) $\frac{4}{3}$	(ج) ٣	(د) ٤

٢- أكمل الفراغ التالي:

١- كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة تسمى كثيرة حدود أولية

٣- حل كل كثيرة حدود فيما يأتي و إذا لم يكن ذلك ممكنا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب أولية :

٥ ص ٢ - ٣ ص + ٤

أ = ٥ ، ب = -٣ ، ج = ٤

عوامل العدد ٢٠	مجموع العوامل
١- ، ٢٠-	٢١-
٤- ، ٥-	٩-
٢- ، ١٠-	١٢-

كثيرة حدود أولية لأنه لا يوجد عاملان مجموعها -٣

٢س<sup>٢</sup> + ٩س + ٩

أ = ٢ ، ب = ٩ ، ج = ٩

عوامل العدد ١٨	مجموع العوامل
٣ ، ٦	٩

٢س<sup>٢</sup> + ٩س + ٩ = ٢س(س + ٣) + ٩(س + ٣) = (٢س + ٩)(س + ٣)

٤- اكتشف الخطأ: حل كل من زكريا و سامي المعادلة ٦س<sup>٢</sup> - ٢س = ١٢ . فأيهما إجابته صحيحة؟ فسر ذلك .

الإجابة:

زكريا . أعد كتابة المعادلة للحصول على الصفر في أحد طرفيها . ثم حل وحل باستعمال خاصية الضرب الصفري .

سامي

$$\begin{aligned} 6س^2 - 2س = 12 \\ 6س(س - 1) = 12 \\ 6س = 12 \text{ أو } 6س - 1 = 12 \\ 6س = 13 \text{ أو } 6س = 1 \\ 6س = 13 \text{ أو } 6س = 1 \end{aligned}$$

زكريا

$$\begin{aligned} 6س^2 - 2س = 12 \\ 6س^2 - 2س - 12 = 0 \\ 2(3س^2 - س - 6) = 0 \\ 2(3س - 4)(س + 1.5) = 0 \\ 3س - 4 = 0 \text{ أو } 3س + 3 = 0 \\ 3س = 4 \text{ أو } 3س = -3 \\ 3س = \frac{4}{3} \text{ أو } 3س = -1 \end{aligned}$$

اختبر نفسك  
المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود $٤م^٢ - ٢٥ =$			
(د) أولية	(ج) $(٥-٢م)(٥+٢م)$	(ب) $(٥-٢م)(٥+٢م)$	(أ) $(٥+٢م)(٥+٢م)$

٢- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

$(٣-٢س)(٣+٢س)$	$س٢ - ٩ =$
$(س-٣)(س+٣)$	$س٢ - ٩ =$
$(٩+س)(٩-س)$	$س٢ - ٩ =$
$(٣+س)(٣-س)$	$س٢ - ٨١ =$

٣- حل كل كثيرة حدود فيما يلي :  $٢٥ - ٥٠م - ٢م^٢ + ٢م^٣$

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة	$(٢٥ + ٥٠م) - (٢م^٣ + ٢م^٢) =$
حل كل تجمع	$٢٥(١ + ٢م) - ٢م(١ + ٢م) =$
عامل مشترك	$(١ + ٢م)(٢٥ - ٢م) =$
تحليل الفرق بين مربعين	$(١ + ٢م)(٥ - ٢م)(٥ + ٢م) =$

٤- اكتشف الخطأ: حللت كل من هلا و منى العبارة الآتية فأيهما إجابتهما صحيحة؟ فسر ذلك.

منى
١٦ س $٢٥ - ٤س^٢$
$(٤س^٢ - ٥س)(٤س^٢ + ٥س)$

هلا
١٦ س $٢٥ - ٤س^٢$
$(٤س - ٥س)(٤س + ٥س)$

منى عند التحقق من إجابة هلا يكون ناتج الضرب ١٦ س  $٢٥ - ٢س^٢$

## اختبر نفسك

### المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $s^2 + 12s + 36 = 0$ هي :			
أ - ٢	ب - ٤	ج - ٦	د - ٦

٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة:

١- كثيرة الحدود $s^2 + 30s + 36$ تُشكل مربع كامل ( ✗ )
--------------------------------------------------------

٤- حل المعادلة  $(s - 4)^2 = 64$ .

$$\sqrt{(s - 4)^2} = \sqrt{64}$$

$$s - 4 = \pm 8$$

$$s - 4 = 8 \quad \text{أو} \quad s - 4 = -8$$

$$s + 8 = 4 \quad \text{أو} \quad s + 8 = -4$$

$$s = 12 \quad \text{أو} \quad s = -4$$

الجذران هما ١٢ و -٤

٣- حدد إذا كانت ثلاثية الحدود فيما يلي تشكل مربعا كاملا أم لا , وإذا كانت كذلك فحلها .

$$16s^2 - 56s + 49$$

الحد الأول مربع كامل لأن  $16s^2 = (4s)^2$

الحد الأخير مربع كامل لأن  $49 = 7^2$

الحد الأوسط  $-56s = 2 \times (4s) \times 7 = -56s$

بما أن الشروط الثلاثة متوفرة فإن العبارة

$16s^2 - 56s + 49$  تشكل مربعا كاملا

$$16s^2 - 56s + 49 = (4s - 7)^2$$

$$(4s - 7)^2 = 16s^2 - 56s + 49$$

$$= (4s - 7)^2$$

٥- أكتشف الخطأ: حلل منصور و فيصل العبارة  $s^4 - s^8$ . تحليلًا تامًا , فأيهما إجابته صحيحة ؟

فيصل

$$s^4 - s^8 = s^4(s^2 + 1)(s - 1)(s + 1)$$

منصور

$$s^4 - s^8 = s^4(s^2 + 1)(s^2 - 1)$$

فيصل , لم يحلل منصور العبارة تحليلًا تامًا

ملحق الإجابات

الفصل الثامن

**اختبر نفسك**  
**تمثيل الدوال التربيعية بيانيا**

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- الرأس و معادلة محور التماثل للدالة  $ص = ٢س^٢ + ١٢س + ١٠$  هي :

(أ) $(٨- , ٣-)$ , $ص = ٣-$	(ب) $(٣- , ١٢-)$ , $ص = ٣$	(ج) $(٣ , ٨-)$ , $ص = ٣-$	(د) $(٨ , ٣)$ , $ص = ٣$
----------------------------	----------------------------	---------------------------	-------------------------

٢- مدى الدالة  $ص = ٣س^٢ + ٦س + ٣$  هو :

(أ) $\{ص   ص \geq ٧\}$	(ب) $\{ص   ص \leq ٧\}$	(ج) $\{ص   ص \geq ٦\}$	(د) $\{ص   ص \leq ٦\}$
------------------------	------------------------	------------------------	------------------------

٢- اكمل الفراغات التالية :

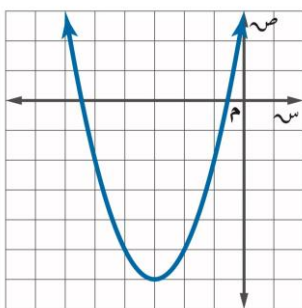
١- التمثيل البياني للدالة تربيعية هو قطع مكافئ

٢- القيمة العظمى للدالة  $د(س) = ٢س^٢ - ٨س + ١$  تساوي ٩

٣- المقطع الصادي للدالة  $ص = (س - ١)^٢ + ٥$  يساوي ٦

٤- مستعينة بالتمثيل المجاور اوجدني

ما هو مطلوب منك :



١- رأس القطع المكافئ  $(٣- , ٦-)$

٢- معادلة محور التماثل  $ص = ٣-$

٣- المقطع الصادي هو ٣

٣- مثل الدالة  $د(س) = ٢س^٢ - ٤س + ١$  بيانيا .

معادلة محور التماثل

$$ص = ٢$$

الرأس

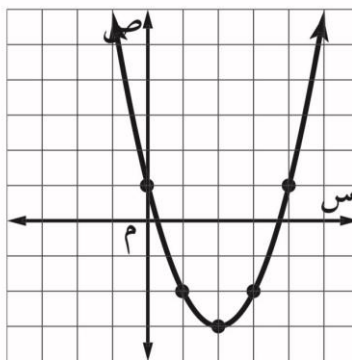
يقع الرأس عند النقطة

$$(٢ , ٣-)$$

التمثيل مفتوح إلى أعلى

الرأس يمثل قيمة صغرى

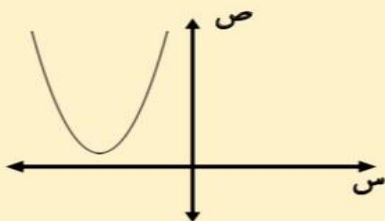
المقطع الصادي يساوي ١



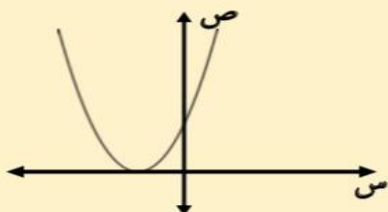
اختبر نفسك  
حل المعادلات التربيعية بيانيا

١- اكمل الفراغات التالية :

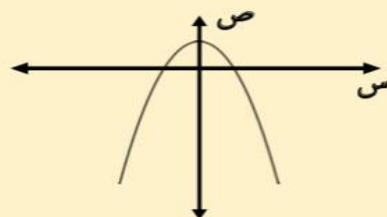
حلول المعادلات التربيعية



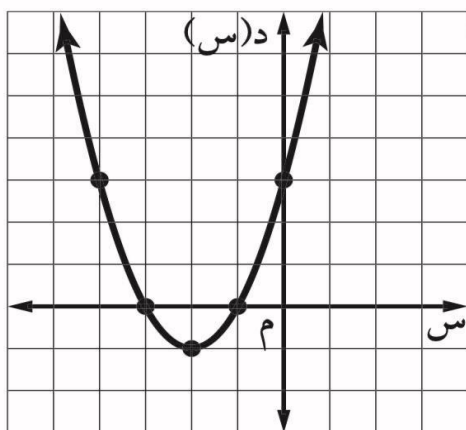
لا يوجد حلول حقيقية



حل حقيقي وحيد



حلان حقيقيان



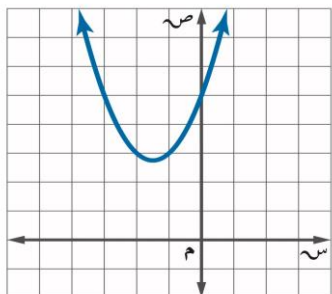
٢- حل المعادلة  $س^2 + ٤س + ٣ = ٠$  بيانيا :

امثل الدالة  $د(س) = س^2 + ٤س + ٣$  المرتبطة بالمعادلة بيانيا

تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند  $١- , ٣-$

لذا فالحلول هي  $١- , ٣-$

٣ - اكتشف الخطأ : يقوم معاذ و أحمد بإيجاد عدد الأصفار الحقيقية للدالة الممثلة بالشكل المجاور فأيهما كانت إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .



أحمد

لها صفرا حقيقيا واحدا , لأن التمثيل البياني للدالة مقطعا صاديا .

معاذ

ليس لهذه الدالة أصفار حقيقية , لأنه لا يوجد لتمثيلها البياني مقاطع سينية .

الإجابة : معاذ , أصفار الدالة التربيعية هي المقاطع السينية للتمثيل , و بما أن التمثيل لا يقطع محور السينات فلا توجد مقاطع سينية و لا أصفار

اختبر نفسك  
حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- قيمة ج التي تجعل $س^2 + ٨س + ج$ مربعا كاملا هي :			
٤ ( أ )	١٦ ( ب )	٦٤ ( ج )	٨ ( د )
٢- حلول المعادلة $س^2 + ١٢س = ١٣$ هي			
٦, ٢ ( أ )	٤, ٣ ( ب )	١, ١٣- ( ج )	١٣, ٣ ( د )

٢- حل المعادلة  $س^2 - ٨س + ٧ = ٠$  بإكمال المربع .

س  $س^2 - ٨س = -٧$  اطرح ٧ من كلا الطرفين

س  $س^2 - ٨س + ١٦ = -٧ + ١٦$  بما أن  $(\frac{٨}{٢})^2 = ١٦$  لذا أضف ١٦ إلى كلا الطرفين

س  $(س - ٤)^2 = ٩$  حلل  $س^2 - ٨س + ١٦ = ٩$

س  $س - ٤ = \pm ٣$  أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين

س  $س - ٤ = ٣$  أو  $س - ٤ = -٣$  افصل الحلين

س  $س = ٧$  أو  $س = ١$   $س = ٣ + ٤$   $س = -٣ + ٤$

س  $س = ٧$   $س = ١$

الحلان هما ٧, ١

٣- حدد العبارة التي تختلف عن العبارات الثلاث الأخرى . وفسر إجابتك .

ن  $١ + ن + ٢$

ن  $٩ + ن - ٢$

ن  $٤ + ن + ٢$

ن  $١ + ن - ٢$

ن  $١ + ن + ٢$  هي ثلاثية الحدود الوحيدة التي لا تمثل مربعا كاملا .

## اختبر نفسك

### حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- قيمة المميز للمعادلة $س^2 - ٩س + ٢١ = ٠$ تساوي			
أ) ٤, ٩	ب) -٣	ج) ٧٢	د) ١٦٥
٢- عدد الحلول الحقيقية للمعادلة $٣ص^2 - ٢ص - ٨ = ٠$ تساوي			
أ) واحد فقط	ب) حلان	ج) عدد لانتهائي	د) لا يوجد حل

٢- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة:

١- إذا كانت قيمة المميز للمعادلة عدد سالب فإن للمعادلة حل حقيقي واحد . ( ✗ )

٣- حل المعادلة  $س^2 + ٦س - ١٦ = ٠$  باستعمال القانون العام .

$$س = \frac{-٦ \pm \sqrt{٦^2 - ٤(-١٦)}}{٢}$$

$$س = \frac{-٦ \pm \sqrt{٣٦ - ٦٤}}{٢} = \frac{-٦ \pm \sqrt{-٢٨}}{٢}$$

$$س = \frac{-٦ \pm \sqrt{١٠٠}}{٢}$$

$$س = \frac{-٦ \pm ١٠}{٢}$$

$$س = \frac{-٦ + ١٠}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$$

$$س = \frac{-٦ - ١٠}{٢} = \frac{-١٦}{٢} = -٨$$

الحلان هما ٢ و -٨

٤- اوجد قيم المميز للمعادلة  $٩س^2 - ٣٠س + ٢٥ = ٠$  ثم حدد عدد حلولها الحقيقية.

$$٩ = أ , ٣٠ = ب , ٢٥ = ج$$

$$\text{المميز} = ٣٠^2 - ٤(٩)(٢٥)$$

$$= ٩٠٠ - ٩٠٠ = ٠$$

$$٠ = ٩٠٠ - ٩٠٠ = ٠$$

بما أن المميز يساوي صفر فإن عدد الجلول الحقيقية واحد

# ملحق الإجابات

## الفصل التاسع

اختبر نفسك  
تبسيط العبارات الجذرية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١- تبسيط العبارة الجذرية  $\sqrt{24}$  =

(أ) $\sqrt{2}$	(ب) $\sqrt{4}$	(ج) $\sqrt{6}$	(د) ١٢
----------------	----------------	----------------	--------

٢- تبسيط  $\sqrt{8} \times \sqrt{5}$  =

(أ) $\sqrt{4}$	(ب) $\sqrt{2}$	(ج) $\sqrt{4}$	(د) $\sqrt{5}$
----------------	----------------	----------------	----------------

٣- تبسيط العبارة  $\sqrt{\frac{45}{10}}$  =

(أ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	(ب) $\frac{\sqrt{5}}{10}$	(ج) $\frac{\sqrt{45}}{10}$	(د) $\frac{\sqrt{50}}{10}$
--------------------------	---------------------------	----------------------------	----------------------------

٢- اكمل الفراغات التالية:

١-  $\sqrt{88} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 11} = 2\sqrt{22}$

٢- مرافق  $\sqrt{7} - 6$  هو  $\sqrt{7} + 6$

٤- بسط العبارة

$$\sqrt{56} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 7} = 2\sqrt{14}$$

٣- بسط العبارة:

$$\frac{3}{\sqrt{5} + 3} \times \frac{\sqrt{5} - 3}{\sqrt{5} - 3} = \frac{3(\sqrt{5} - 3)}{5 - 9} = \frac{3\sqrt{5} - 9}{-4} = \frac{9 - 3\sqrt{5}}{4}$$

## اختبر نفسك

### العمليات على العبارات الجذرية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$= \sqrt[4]{7} \times \sqrt[5]{2} - 1$$

(أ) $20\sqrt{14}$	(ب) $5\sqrt{14}$	(ج) $5\sqrt{28}$	(د) $10\sqrt{28}$
-------------------	------------------	------------------	-------------------

$$= 2\sqrt{4} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$$

(أ) $2\sqrt{4}$	(ب) $2\sqrt{2}$	(ج) $6\sqrt{2}$	(د) $6\sqrt{6}$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

$$= \sqrt{3} + \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{4}$$

(أ) $\sqrt{7} + 3\sqrt{2}$	(ب) $\sqrt{7} + 3\sqrt{2}$	(ج) $\sqrt{14} + 6\sqrt{2}$	(د) $\sqrt{7} + 3\sqrt{10}$
----------------------------	----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

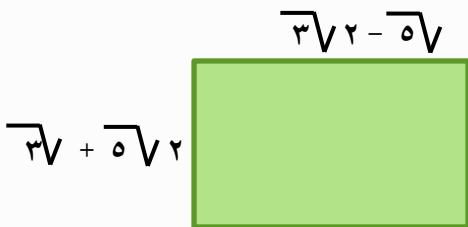
٢- اكمل الفراغات التالية :

$$\sqrt{16} = \sqrt{4} + \sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2}$$

٣- أوجد مساحة المستطيل المجاور بأبسط صورة.

$$\text{مساحة المستطيل} = (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{5})$$



$$= (\sqrt{2})(\sqrt{2}) - (\sqrt{5})(\sqrt{2}) - (\sqrt{3})(\sqrt{2}) + (\sqrt{3})(\sqrt{5}) =$$

$$= 2 - \sqrt{10} - \sqrt{6} + \sqrt{15}$$

$$= \sqrt{15} - \sqrt{6} - \sqrt{10} + 2$$

اختبر نفسك  
المعادلات الجذرية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $\sqrt{s-3} - 2 = 4$ هو :			
أ) ٣٦	ب) ٣٩	ج) ٤٢	د) ٤٥
٢- حل المعادلة $s - 3 = \sqrt{s-1}$ هو :			
أ) ٣	ب) ٤	ج) ٥	د) ٦

٢- اكمل الفراغات الآتية :

١- المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر تسمى معادلات جذرية

٢- لحل المعادلات الجذرية اجعل الجذر في طرف المعادلة أولاً ثم ربع طرفيها للتخلص من الجذر

٣- حل المعادلة  $14 = \sqrt{1+h} + 4$  و تحقق من صحة الحل .

$$\begin{aligned} \text{المعادلة الأصلية} & 14 = \sqrt{1+h} + 4 \\ \text{اطرح 4 من الطرفين} & 4 - 14 = \sqrt{1+h} \\ \text{ربع الطرفين وبسط} & 10 = \sqrt{1+h} \\ \text{بسط} & 100 = 1+h \\ \text{اطرح 1 من الطرفين} & 99 = h \end{aligned}$$

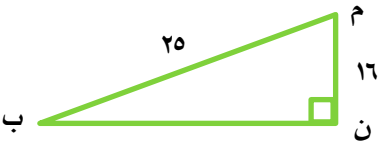
التحقق من الحل

بالتعويض عن  $h = 99$  في المعادلة الأصلية

$$\begin{aligned} 14 &= 1 + 99\sqrt{1+h} + 4 \\ 14 &= 100\sqrt{1+h} + 4 \\ 14 &= 10 + 4 \\ 14 &= 14 \end{aligned}$$

اختبر نفسك  
نظرية فيثاغورس

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

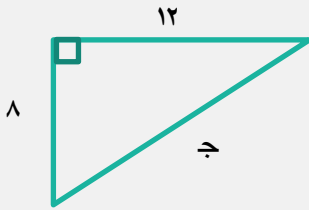
١ - مساحة المثلث م ن ب بالوحدات المربعة في الشكل المجاور:			
	( أ ) ٢٩ , ٦٨	( ب ) ١٥٣ , ٦٧	( ج ) ٣٠٧ , ٣٥
٢ - أي الأطوال التالية تشكل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية ؟			
( أ ) ١٥ , ١٢ , ٩	( ب ) ١٢ , ٦ , ٦	( ج ) ٨ , ٤ , ٣	( د ) ٣ , ٥ , ٣

٢ - اكمل الفراغات الآتية :

١ - يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية **الوتر**

٢ - ضلعا المثلث القائم الزاوية غير الوتر هما **ساقين**

٣- أوجد طول الضلع المجهول في المثلث المقابل :-



$$ج = ٢١ + ٢٨$$

$$ج = ٢٨ + ١٢$$

$$ج = ١٤٤ + ٦٤$$

$$ج = ٢٠٨$$

$$ج = ٤٢ \pm ١٤$$

بما أن طول الضلع لا يكون سالبا , لذا فإن طول الضلع هو ٤٢ , ١٤ وحدة

٤ - اكتشف الخطأ : يحاول حسام و حازم تحديد إن كانت الأعداد ٣٦ , ٧٧ , ٨٥ تشكل ثلاثية فيثاغورس . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

الإجابة / حسام . يجب أن يساوي مربع العدد الأكبر مجموع مربعي العددين الآخرين . حيث تتحقق عندها ثلاثية فيثاغورس

حازم

$$٢٧٧ \stackrel{?}{=} ٢٨٥ + ٢٣٦$$

$$٥٩٢٩ \stackrel{?}{=} ٧٢٢٥ + ١٢٩٦$$

$$٥٩٢٩ \neq ٩٠٢١$$

لا

حسام

$$٢٨٥ \stackrel{?}{=} ٢٧٧ + ٢٣٦$$

$$٧٢٢٥ \stackrel{?}{=} ٥٩٢٩ + ١٢٩٦$$

$$٧٢٢٥ = ٧٢٢٥$$

نعم

اختبر نفسك  
المسافة بين نقطتين

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - المسافة بين النقطتين $(3, 5)$ ، $(3, 1)$ =			
أ) ١٦	ب) ٤	ج) ٥	د) ٩
٢ - إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين $(3, 1)$ ، $(9, 9)$ =			
أ) $(6, 5)$	ب) $(6, 4)$	ج) $(6, 8)$	د) $(12, 10)$

٢ - اكمل الفراغ الآتي :

١ - تسمى النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة و تنتمي إلى هذه القطعة نقطة المنتصف

٣ - أراد سعد و جمال أن يلتقيا في مطعم مشويات كما في التمثيل المجاور فاستعمل سعد قاربه للوصول إلى المطعم . في حين استعمل جمال سيارته . علما بأن طول ضلع كل مربع من المستوى الإحداثي يمثل كيلومترا واحدا .



ب- ما المسافة التي قطعها جمال ؟

$$\text{إحداثيي بيت جمال} = (0, 2)$$

$$\text{إحداثيي مطعم المشويات} = (5, 3)$$

$$m = \sqrt{(5-0)^2 + (3-2)^2}$$

$$= \sqrt{(5)^2 + (1)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 1}$$

$$= \sqrt{26} \approx 5,1$$

كلم تقريبا

أ - ما المسافة التي قطعها سعد ؟

$$\text{إحداثيي بيت سعد} = (3, 5)$$

$$\text{إحداثيي مطعم المشويات} = (5, 3)$$

$$m = \sqrt{(5-3)^2 + (3-5)^2}$$

$$= \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$$

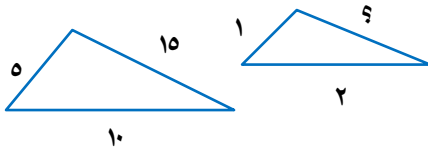
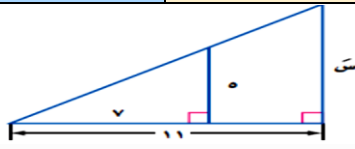
$$= \sqrt{4 + 4}$$

$$= \sqrt{8} \approx 2,8$$

كلم

اختبر نفسك  
المثلثات المتشابهة

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- في الشكل $\triangle \triangle$ متشابهان قياس الضلع المجهول =			
	(أ) ١٢	(ب) ١٠	(ج) ٦
(د) ٣	٢- طول الضلع المجهول س في المثلثين المتشابهين يساوي		
	(أ) $\frac{55}{7}$	(ب) $\frac{77}{5}$	(ج) $\frac{11}{5}$
(د) $\frac{55}{3}$			

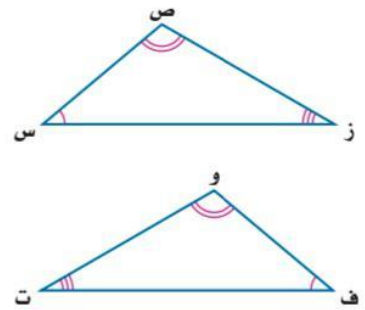
٢- اكمل الفراغ الآتي:

١- في المثلثين إذا تناسبت الأضلاع المتناظرة وتساوت الزوايا المتناظرة يكون المثلثان متشابهين

٣- قارنت رهف و نوال بين المثلثين المتشابهين المجاورين . فأيهما كانت مقارنتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

نوال  
 $ق \triangle س = ق \triangle و$   
 $ق \triangle ص = ق \triangle ف$   
 $ق \triangle ز = ق \triangle ت$   
 $\triangle س ص ز \sim \triangle و ف ت$

رهف  
 $ق \triangle س = ق \triangle ت$   
 $ق \triangle ص = ق \triangle و$   
 $ق \triangle ز = ق \triangle ف$   
 $\triangle س ص ز \sim \triangle ت و ف$



الإجابة / كلتاهما خطأ ، فالأقواس تشير إلى الزوايا المتناظرة ، لذا فإن  $\triangle س ص ز \sim \triangle و ف ت$

## اختبر نفسك

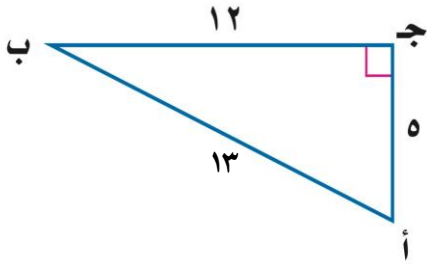
### النسب المثلثية

١ - اكمل الفراغات الآتية:

١ - النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم تسمى النسب المثلثية

٢ - دراسة العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه يسمى حساب المثلثات

٢ - أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب.



$$\text{جتا ب} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{12}{13}$$

$$\text{جاب} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{5}{13}$$

$$\text{ظاب} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{5}{12}$$

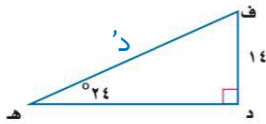
٣ - استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي و قرب إلى اقرب جزء من ألف.

$$\text{ظا } 14^\circ = 0,2493$$

$$\text{جتا } 23^\circ = 0,9205$$

$$\text{جا } 37^\circ = 0,6018$$

٥ - أوجد قياس د في المثلث مقربا إلى أقرب جزء من عشرة:



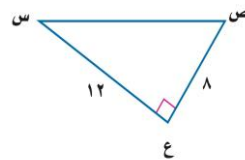
$$\text{جا هـ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\text{جا د} = \frac{14}{24}$$

$$\text{د} = \text{جا}^{-1} \left( \frac{14}{24} \right)$$

$$\text{د} = 34,4$$

٤ - أوجد قياس س في المثلث مقربا إلى أقرب درجة:



$$\text{ق س} =$$

$$\text{ظا س} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\text{ظا س} = \frac{8}{12}$$

$$\text{ظا س} = 0,6667$$

$$\text{س} = 34^\circ$$

ملحق الإجابات

الفصل العاشر

اختبر نفسك  
تصميم دراسة مسحية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- يقف عدد من الطلاب عند مدخل المدرسة و يسألون كل عاشر طالب يدخلها عن هوايته المفضلة .			
أ ) متحيزة	ب ) غير متحيزة	ج ) طبقية	د ) غير ذلك

٢- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت مه , ثم صف أسلوب جمع البيانات المستعمل في كل مما يلي :

١- يريد مدير ناد رياضي أن يحدد شعارا للنادي , فسأل ١٠٠ شخص من مشجعي النادي اختيروا عشوائيا عن آرائهم .

العينة /  
١٠٠ شخص من مشجعي  
النادي

المجتمع /  
مشجعي النادي جميعهم

أسلوب جمع البيانات /  
دراسة مسحية

العينة /  
الذين تعاملوا مع الشركة  
خلال السنتين الماضيتين

المجتمع /  
السابقون جميعهم

أسلوب جمع البيانات /  
دراسة مسحية

العينة /  
الذين تعاملوا معها خلال  
السنتين الماضيتين عن الأماكن الأكثر  
تفضيلا و الأقل تفضيلا .

المجتمع /  
الزبائن جميعهم

أسلوب جمع البيانات /  
دراسة مسحية

٢- سألت وكالة سياحية جميع زبائنها الذين تعاملوا معها خلال السنتين الماضيتين عن الأماكن الأكثر تفضيلا و الأقل تفضيلا .

العينة /  
الذين تعاملوا معها خلال  
السنتين الماضيتين

المجتمع /  
الزبائن جميعهم

أسلوب جمع البيانات /  
دراسة مسحية

العينة /  
الذين تعاملوا معها خلال  
السنتين الماضيتين

المجتمع /  
الزبائن جميعهم

أسلوب جمع البيانات /  
دراسة مسحية

العينة /  
الذين تعاملوا معها خلال  
السنتين الماضيتين

المجتمع /  
الزبائن جميعهم

أسلوب جمع البيانات /  
دراسة مسحية

٣- اكمل الفراغات الآتية :

١- العينة التي يختار أفرادها تبعا لزمان معين أو فترة زمنية محددة تسمى **العينة العشوائية المنتظمة**

٢- العينة التي لها فرصة الاختيار نفسها كأي عينة أخرى من المجتمع تسمى **العينة العشوائية المنتظمة**

٣- جزء من مجموعة أكبر تسمى المجتمع هي **العينة**

٤- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت منه ثم صنف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة :

يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة بدءا بوقت يحدد عشوائيا

العينة /  
الفطائر التي يتم  
فحصها كل ٢٠ دقيقة

المجتمع /  
جميع الفطائر التي  
تعد في المطعم

تصنيف العينة /  
منتظمة لأنه يتم  
فحص الفطائر في فترات زمنية محددة

العينة /  
الفطائر التي يتم  
فحصها كل ٢٠ دقيقة

المجتمع /  
جميع الفطائر التي  
تعد في المطعم

تصنيف العينة /  
منتظمة لأنه يتم  
فحص الفطائر في فترات زمنية محددة

العينة /  
الفطائر التي يتم  
فحصها كل ٢٠ دقيقة

المجتمع /  
جميع الفطائر التي  
تعد في المطعم

تصنيف العينة /  
منتظمة لأنه يتم  
فحص الفطائر في فترات زمنية محددة

اختبر نفسك  
تحليل نتائج الدراسة المسحية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات يسمى :			
أ) المتوسط	ب) الوسيط	ج) المنوال	د) المدى

٢ - ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة :

١ - الوسيط هو مجموع البيانات مقسوماً على عددها ( ✗ )

٢ - البيانات النوعية يمكن أن تأخذ قيمة عددية ( ✗ )

٣- أي مقياس النزعة المركزية ( إن وجدت ) هو الأنسب لتمثيل البيانات ؟ و برر إجابتك . ثم أحسب ذلك المقياس

أجريت دراسة حول الأنشطة الصيفية المفضلة التي يمارسها الطلاب . و عرضت نتائجها في الجدول المجاور .

الأنشطة الصيفية			
٤٣٢	المخيمات	٦٥٠	السباحة
٢٨١	المطالعة	٨٨٥	الرحلات
٥١٤	أخرى	١١٢٣	الرياضة

لا يمكن حساب مقياس للنزعة المركزية . لأن قيم البيانات تمثل أشياء مختلفة .

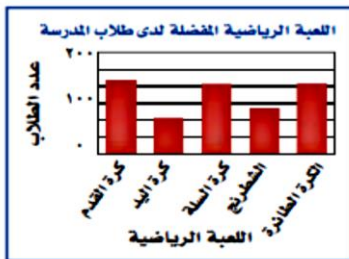
٤ - حدد صحة المعلومات و الاستنتاجات لتقرير الدراسة المسحية فيما يأتي :

يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج استطلاع أجراه مدرس التربية الرياضية لمعرفة اللعبة الرياضية التي يفضلها طلاب المدرسة .

السؤال : ما اللعبة الرياضية التي تفضلها ؟

الاستنتاج : كرة اليد هي اللعبة الأقل شيوعاً من الألعاب الرياضية المفضلة .

التمثيل و الاستنتاج صحيحان



اختبر نفسك  
إحصائيات العينة و معالم المجتمع

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات ٦ , ١٠ , ١٥ , ١١ , ٨ يساوي			
٦ ( أ )	٨ ( ب )	١٠ ( ج )	١٢ ( د )
٢- الانحراف المعياري للأعداد ١٢ , ١٥ , ١٨ , ٢١ يساوي			
١١ , ٣ ( أ )	٣ , ٤ ( ب )	٩ , ٦ ( ج )	١٦ , ٥ ( د )

٢- أكمل الفراغ التالي:

١- التباين هو مربع الانحراف المعياري للبيانات .

٢- الانحراف المعياري هو القيمة التي تدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي .

٣- عين العينة و المجتمع . ثم صنف إحصائي العينة و معلمة المجتمع .

اختيرت عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير التعليمية . و سئل أفراد العينة عن الوقت الذي يقضيه كل منهم في الأنشطة المنهجية الإضافية خلال الأسبوع .

معلمة المجتمع /  
الوقت الذي يقضيه  
كل طلاب المدارس  
الثانوية في الأنشطة  
المنهجية الإضافية

إحصائي العينة /  
الوقت الذي يقضيه  
أفراد العينة في  
الأنشطة المنهجية  
الإضافية

المجتمع / طلاب  
المدرسة الثانوية في  
منطقة عسير  
جميعهم

العينة / عينة  
عشوائية طبقية من  
طلاب المدارس الثانوية  
في منطقة عسير

٤- اكتشف الخطأ : تصف كل من سحر و رغد طريقة دقة دراسة مسحية . فأيتهما إجابتها صحيحة ؟ فسر ذلك .

الإجابة /  
كلا الإجابتين صحيحة . إذ إن  
الطريقة التي ذكرتها كل من  
سحر و رغد تؤدي إلى زيادة دقة  
الدراسة المسحية

رغد

يجب اختيار عينة الدراسة  
المسحية عشوائيا . و يجب أن  
تؤخذ عدة عينات عشوائية

سحر

يجب أن تشمل الدراسة  
المسحية على أكبر عدد ممكن  
من أفراد المجتمع

اختبر نفسك  
التباديل والتوافيق

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من ٤ أشخاص من بين ١٢ شخصا ؟			
أ) ٤٨	ب) ٤٨٣	ج) ٤٩٥	د) ٨٨٠
٢- يريد أحد المراكز التجارية أن يعرض صور جوائز الست التي يوزعها على الزبائن على لوحة . بكم طريقة يمكن تنظيم الجوائز في صف واحد ؟			
أ) ١٢٠	ب) ٤٥٠	ج) ٧٢٠	د) ٩٦٠
٣- ${}^7P_2 =$			
أ) ١٤	ب) ٤٢	ج) ٤٩	د) ٢٤٠
٤- ${}^6C_4 =$			
أ) ١٥	ب) ٢٠	ج) ٣٠	د) ٤٥

٢- أكمل الفراغ التالي:

١- عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية تسمى التوافيق

٣- حدد هل يتضمن كل موقف من المواقف الآتية تباديل أم توافيق :

توافيق

اختيار ٥ كتب لقراءتها من بين ٨ كتب على رف

تباديل

اختيار الفائزين بالمراكز الثلاثة الأولى في مسابقة ثقافية

٤- اكتشف الخطأ : تريد كل من سلمى و نوف أن يكونا لجنة مؤلفة من ٤ طالبات , للإشراف على تزيين المدرسة استعدادا لاحتفال تكريم الأوائل . تريد كل منهما أن تحدد عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا تطوع ١٠ طالبات للقيام بهذا العمل . فأيهما كانت إجابتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

الإجابة

نوف , بما أن الترتيب غير مهم ,  
فيجب استعمال التوافيق

نوف

$${}^{10}C_4 = \frac{!10}{!(4-10)} = 210 =$$

سلمى

$${}^{10}P_4 = \frac{!10}{!(4-10)} = 5040 =$$

اختبر نفسك  
احتمالات الحوادث المركبة

١- ضع علامة ( ✓ ) أمام العبارة الصحيحة وعلامة ( ✗ ) أمام العبارة الخاطئة:

١- عند رمي مكعب أرقام فإن حادثة ظهور ( عدد فردي أو أولي ) حوادث متنافية ( ✗ )

٢- اكمل الفراغات التالية:

١- عندما تؤثر نتيجة حادثة ما في نتيجة حادثة أخرى تسمى حدثان غير مستقلتين

٢- الحادثان اللتان لا يمكن وقوعهما معا تسمى حدثان متنافيتان

٣- يحتوي كيس على ٣ كرات حمراء و ٤ كرات خضراوين و ٤ كرات زرقاء . اختيرت منه كرتان عشوائيا دون إرجاع . أوجد احتمال أن تكون الكرتان زرقاوين .

$$\frac{1}{6} = \frac{12}{72} = \frac{3}{8} \times \frac{4}{9} = \text{ح ( زرقاء وزرقاء )}$$

الحادثان غير مستقلتين  
ح ( أ و ب ) = ح ( أ ) × ح ( ب )  
الكرة الأولى : ح ( زرقاء ) =  $\frac{4}{9}$   
الكرة الثانية : ح ( زرقاء ) =  $\frac{3}{8}$   
احتمال سحب كرتين زرقاوين دون إرجاع يساوي  $\frac{1}{6}$

٤- أوجد كلا من الاحتمالات الآتية عند رمي مكعب أرقام:

ح ( عدد زوجي ) =  $\frac{1}{2} = 50\%$

ح ( ٢ أو ٣ ) =  $\frac{1}{3} = 33\%$  تقريبا

ح ( أقل من ٣ ) =  $\frac{1}{3} = 33\%$  تقريبا

٥- اكتشف الخطأ : يريد كل من حمد و جمال تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء او حمراء عشوائيا من

كيس يحتوي على ٨ كرات زرقاء و ٦ حمراء و ٨ صفراء و ٤ بيضاء فإيهما إجابته صحيحة مع التبرير ؟

الإجابة / حمد . يجب جمع  
الإحتمالين لأننا نريد احتمال كرة  
زرقاء أو حمراء و هما حدثان  
متنافيتان

جمال  
ح ( زرقاء أو حمراء )  
ح ( زرقاء ) × ح ( حمراء )  
 $= \frac{1}{6} \times \frac{8}{6} =$   
 $= \frac{8}{36} = 22\%$  تقريبا

حمد  
ح ( زرقاء أو حمراء )  
ح ( زرقاء ) + ح ( حمراء )  
 $= \frac{1}{6} + \frac{8}{6} =$   
 $= \frac{9}{6} = 150\%$  تقريبا

## المراجع

ماجروهيل رياضيات ثالث متوسط الفصل الدراسي الأول  
وزارة التعليم  
مجموعة العبيكان للاستثمار

# رياضيات ثالث متوسط

## الفصل السادس كثيرات الحدود

- ٧..... ضرب وحدات الحد (١-٦)
- ٩..... قسمة وحدات الحد (٢-٦)
- ١١..... كثيرات الحدود (٣-٦)
- ١٣..... جمع كثيرات الحدود وطرحها (٤-٦)
- ١٥..... ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود (٥-٦)
- ١٧..... ضرب كثيرات الحدود (٥-٦)
- ١٩..... حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود (٥-٦)

## الفصل السابع التحليل المعادلات التربيعية

- ٢٢..... تحليل وحدات الحد (١-٧)
- ٢٤..... استعمال خاصية التوزيع (٢-٧)
- ٢٦..... معادلات التربيعية  $س^٢ + ب س + ج = ٠$  (٣-٧)
- ٢٨..... معادلات التربيعية  $أس^٢ + ب س + ج = ٠$  (٤-٧)
- ٣٠..... معادلات التربيعية: الفرق بين مربعين (٥-٧)
- ٣٢..... معادلات التربيعية: المربعات الكاملة (٦-٧)

## الفصل الثامن الدوال التربيعية

- ٣٨..... تمثيل الدوال التربيعية بيانياً (١-٨)
- ٤٠..... حل المعادلات التربيعية بيانياً (٢-٨)
- ٤٢..... حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع (٣-٨)
- ٤٤..... حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام (٤-٨)

# رياضيات ثالث متوسط

## الفصل التاسع المعادلات الجذرية والمثلثات

- ٤٧..... (١-٩) تبسيط العبارات الجذرية
- ٤٩..... (٢-٩) العمليات على العبارات الجذرية
- ٥١..... (٣-٩) المعادلات الجذرية
- ٥٣..... (٤-٩) نظرية فيثاغورس
- ٥٥..... (٥-٩) المسافة بين نقطتين
- ٥٧..... (٦-٩) امثلثات امتشابهة
- ٥٩..... (٧-٩) النسب المثلثية

## الفصل العاشر الاحصاء والاحتمالات

- ٦٢..... (١-١٠) تصميم دراسة مسحية
- ٦٤..... (٢-١٠) تحليل نتائج الدراسة المسحية
- ٦٦..... (٣-١٠) إحصائيات العينة معالم المجتمع
- ٦٨..... (٤-١٠) التباديل والتوافيق
- ٧٠..... (٥-١٠) احتمالات الحوادث المركبة