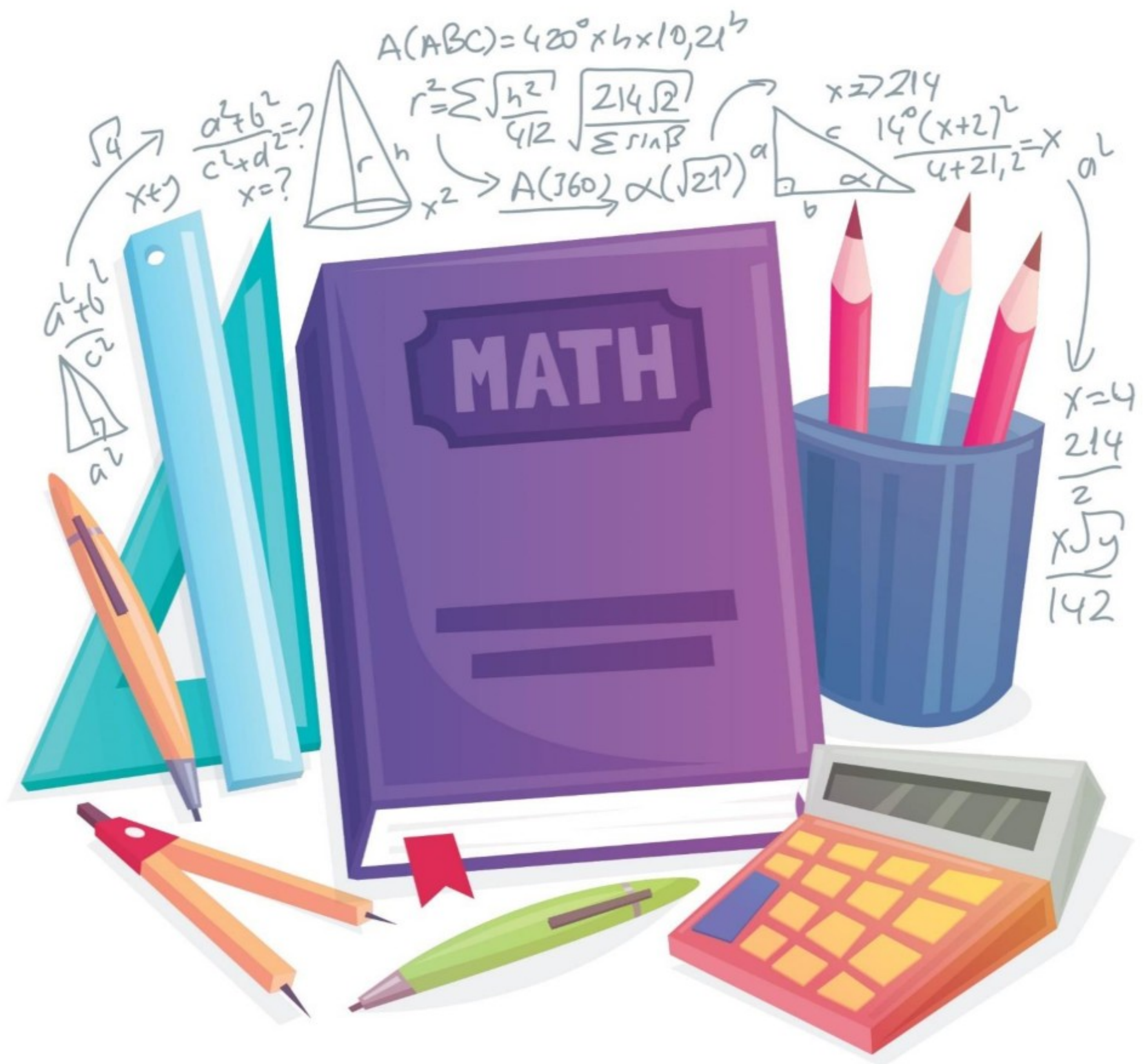


الرياضيات

(المستوى الثاني)

إعداد: أ. نورة علي الحربي



الأستاذة / نورة علي عوض الحربي

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية
أثناء النشر

الرياضيات (المستوى الثاني)

الصف الأول ثانوي
الفصل الدراسي الثاني

رقم الإيداع /

1442 \ 7408

تاريخه /

1442 \ 08 \ 22

رقم ردمك /

978-603-03-7615-5



شكر وعرفان

أتقدم بالشكر الجزيل لمجموعة رفعة التي
تضم نخبة من المعلمين والمعلمات المبدعين
والمبدعات
شكرا لكم، ولي الفخر بأن أكون أحد أعضاء
هذه المجموعة المبدعة



تطوير - إنتاج - توثيق



المقدمة

تعدّ الرياضيات علماً متسلسلاً يتجه دائماً نحو الأمام، كما أنّه علم تراكمي؛ لأنّ حاضره ومستقبله يعتمد بشكل أساسي على بدايته (ماضيه)، وتعدّ علماً تجريدياً؛ لأنها مبنية على العلاقات الهندسية والرقمية، حيث تتميز بدقتها وترتيبها لعرض الأفكار وتدرجها مما يساعد في الوصول إلى التوضيحات وتفسيرات دقيقة لجميع النتائج. وقد ارتبطت الرياضيات بمعانٍ عديدة، حيث كانت في نظر البعض عبارة عن مهارات حسابية فقط، وكانت في نظر البعض الأخر أداة تستعمل في مجالات الحياة اليومية وفي الدراسات العلمية والأكاديمية، أما العلماء والمختصون في هذا المجال فقد عرفوها بأنها الدراسة العميقة للأنظمة التجريدية، وبهذا أصبحت أسلوب تفكير ينمي طرق التفكير، ويطورها، ويستعملها بمنتهى الدقة والابتكار.

نحن طالبات المستوى الأول نقدم لكم هذا الكتاب بشكل شيق وجذاب

والله ولي التوفيق



الفهرس

رقم الصفحة	العنوان
٤	المقدمة
٧	زوايا المضلع
٨	الأشكال الرباعية
٩	تمييز متوازي الأضلاع
١٠	المستطيل والمربع والمعين
١١	شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية
١٣	المضلعات المتشابهة
١٥	المثلثات المتشابهة
١٦	المستقيمات المتوازية والجزاء المتناسية
١٨	عناصر المثلثات المتشابهة
٢١	الانعكاس
٢٣	الإزاحة (الانسحاب)
٢٤	الدوران
٢٧	تركيب التحويلات الهندسية
٢٨	التماثل
٣٠	التمدد
٣٢	الدائرة ومحيطها
٣٦	قياس الزوايا و الأقواس
٣٨	الاقواس والاقواس
٣٩	الزوايا المحيطية
٤١	المماسات
٤٣	القاطع والمماس وقياسات الزوايا
٤٤	قطع مستقيمة خاصة في الدائرة
٤٥	معادلة الدائرة
٤٦	الخاتمة



الأشكال الرياضية



زوايا المضلع

الزوايا الخارجية

هي الزاوية المحصورة بين أحد أضلاع المضلع وامتداد ضلع آخر

مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع منتظم

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360^\circ$$

قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم

$$\frac{360^\circ}{n}$$

الزوايا الداخلية

هي الزاوية المحصورة بين ضلعين متجاورين في مضلع وتقع داخله

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع منتظم

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

حيث $n =$ عدد الأضلاع

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع منتظم

$$\frac{\text{مجموع قياسات الزوايا الداخلية}}{\text{عدد الزوايا الداخلية}}$$

إيجاد عدد الأضلاع إذا علم قياس زاوية داخلية

$$n = ?$$

$$n = \frac{360^\circ}{\text{قياس الزاوية الداخلية} - 180^\circ}$$



الأشكال الرباعية

الشكل الرباعي : هو مضلع مغلق ذو أربعة أضلاع ، مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي تساوي 360°

الشكل الرباعي	تعريفه	خصائص أضلاعه	خصائص زواياه	خصائص قطرية
متوازي الأضلاع 	شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان	كل ضلعين متقابلين متطابقان كل ضلعين متقابلين متوازيان	كل زاويتين متقابلين متطابقان كل زاويتين متجاورتين متكاملتان	قطراه ينصف مل منهما الآخر قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقان
المستطيل 	شكل رباعي جميع زواياه قائمة	كل ضلعين متقابلين متطابقان ومتوازيان	جميع زواياه قائمة كل زاويتين متقابلتين متطابقان كل زاويتين متجاورتين متكاملتان	قطراه متطابقان وينصف كل منهما الآخر.
المعين 	شكل رباعي جميع أضلاعه متطابقة	جميع أضلاعه متطابقة	كل زاويتين متقابلتين متطابقان	قطراه متعامدان وينصف كل منهما الآخر
المربع 	شكل رباعي أضلاعه متطابقة ، وجميع زواياه قائمة.	جميع أضلاعه متطابقة	جميع زواياه متطابقة	قطراه متطابقان و متعامدان وينصف كل منهما الآخر
شبه المنحرف 	شكل رباعي له ضلعان فقط متوازيان	شبه المنحرف المتطابق الساقين له ضلعين متوازيين و آخرين متطابقين	شبه المنحرف المتطابق الساقين الزاويتان المجاورتان لقاعدتي شبه المنحرف متطابقتان	قطرا شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقان
الطائرة الورقية 	شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة	الأضلاع المتجاورة متطابقة.	زوج واحد من الزوايا المتقابلة متطابقة	قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان

تمييز متوازي الاضلاع

تمييز متوازي الاضلاع

١. إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين .
٢. إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين .
٣. إذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين .
٤. إذا كان قطراه ينصف كل منهما الآخر .
٥. إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين .

قوانين مهمة

● المسافة بين نقطتين (x_1, y_1) , (x_2, y_2)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

● نقطة منتصف القطعة المستقيمة

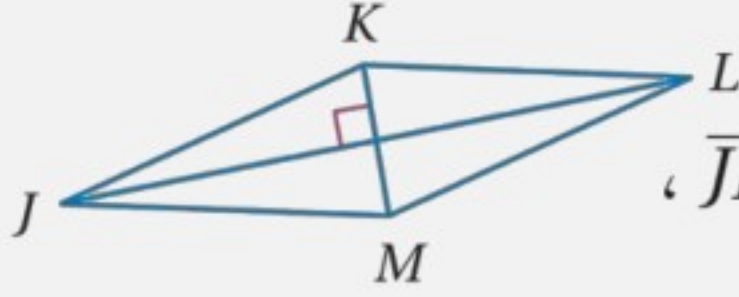
$$m = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$



المستطيل و المربع و المعين

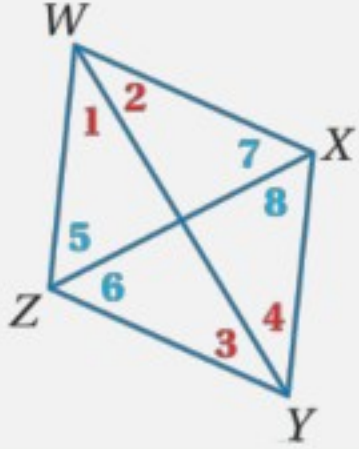
الشروط الكافية للمعين و المربع

إذا كان قطرا متوازي أضلاع متعامدين فإنه معين



مثال: إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{JL} \perp \overline{KM}$ ، فإن $\square JKLM$ معين.

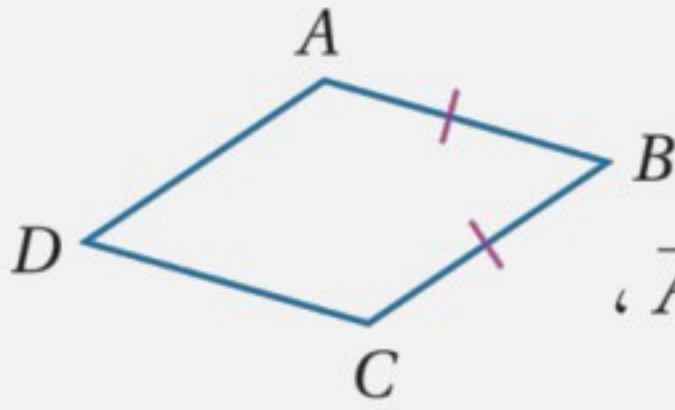
إذا نصف قطر متوازي أضلاع كلا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما ، فإن



متوازي الأضلاع يكون معيناً .

مثال: إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع، وكانت $\angle 1 \cong \angle 2$ ، $\angle 3 \cong \angle 4$ ، أو $\angle 5 \cong \angle 6$ ، $\angle 7 \cong \angle 8$ ، فإن $\square WXYZ$ معين.

إذا كان ضلعان متتاليان في متوازي الأضلاع



متطابقين فإنه معين

مثال: إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ، فإن $\square ABCD$ معين.

إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً و معيناً فإنه مربع

ملاحظات مهمة

- كل مستطيل متوازي أضلاع ، ولكن ليس كل متوازي أضلاع مستطيلاً .
- كل مربع معين ، ولكن ليس كل معين مربعاً .
- كل مربع مستطيل وليس كل مستطيل مربعاً .

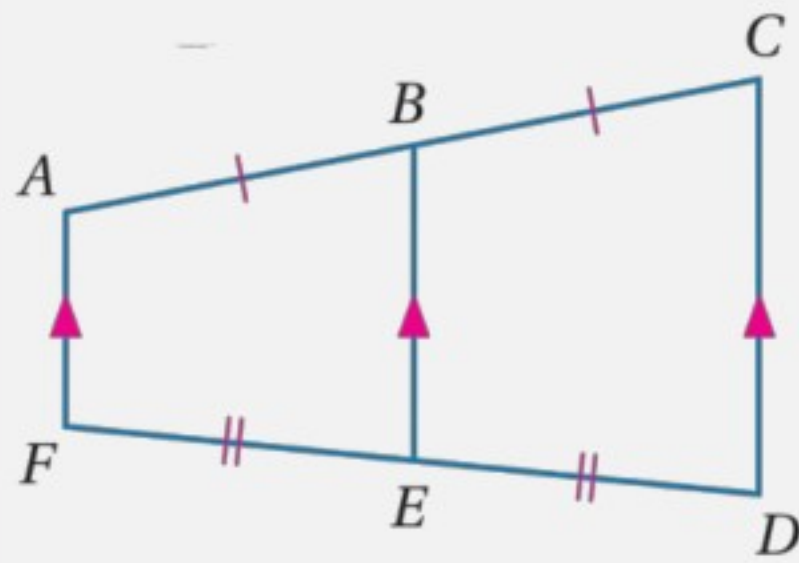


شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف: هي قطعة مستقيمة تصل بين منتصفي ساقيه.

نظرية القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلا من القاعدتين ،
و طولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين .



مثال : إذا كانت $\overline{BE}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $ACDF$ ،
فإن $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$ ، $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ،
 $BE = \frac{1}{2} (AF + CD)$

ملاحظة :

تسمى القطعة المتوسطة لشبه المنحرف أيضاً القطعة
المنصفت

التشابه



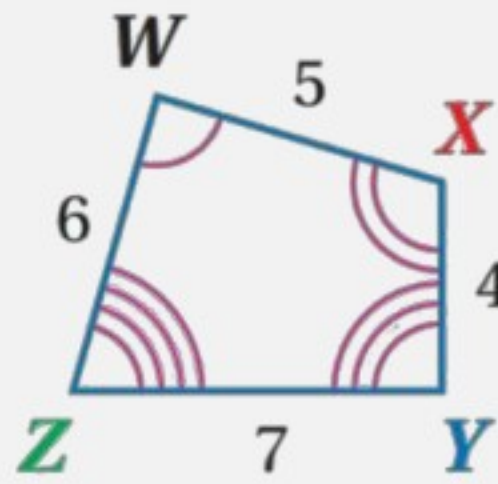
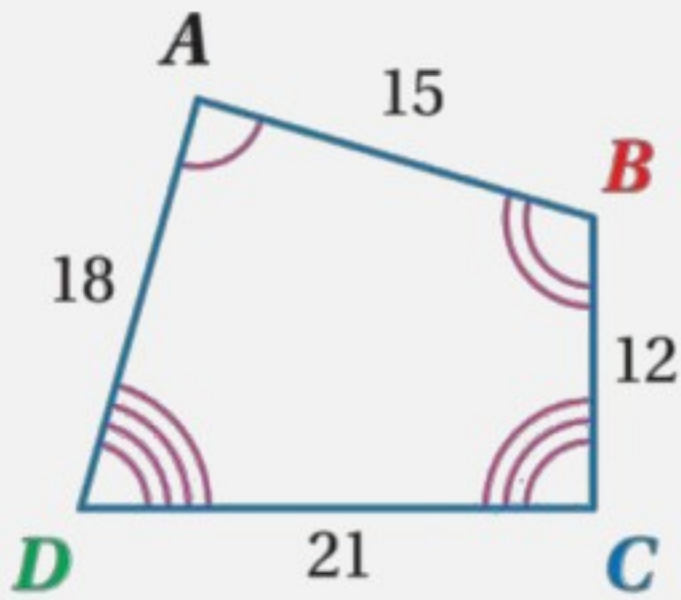
المضلعات المتشابهة

المضلعات المتشابهة : لها الشكل نفسه ، ليس من الضروري أن يكون لها القياسات نفسها.

المضلعات المتشابهة

أطوال أضلاعها
المتناظرة متناسبة

الزوايا المتناظرة
متطابقة



$$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$$

التناسب:

$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$$

الرموز: $ABCD \sim WXYZ$

ملاحظة: يقرأ الرمز $\sim$ يشابه ، ويقرأ الرمز $\neq$ لا يشابه ، أو ليس مشابهاً .



المضلعات المتشابهة

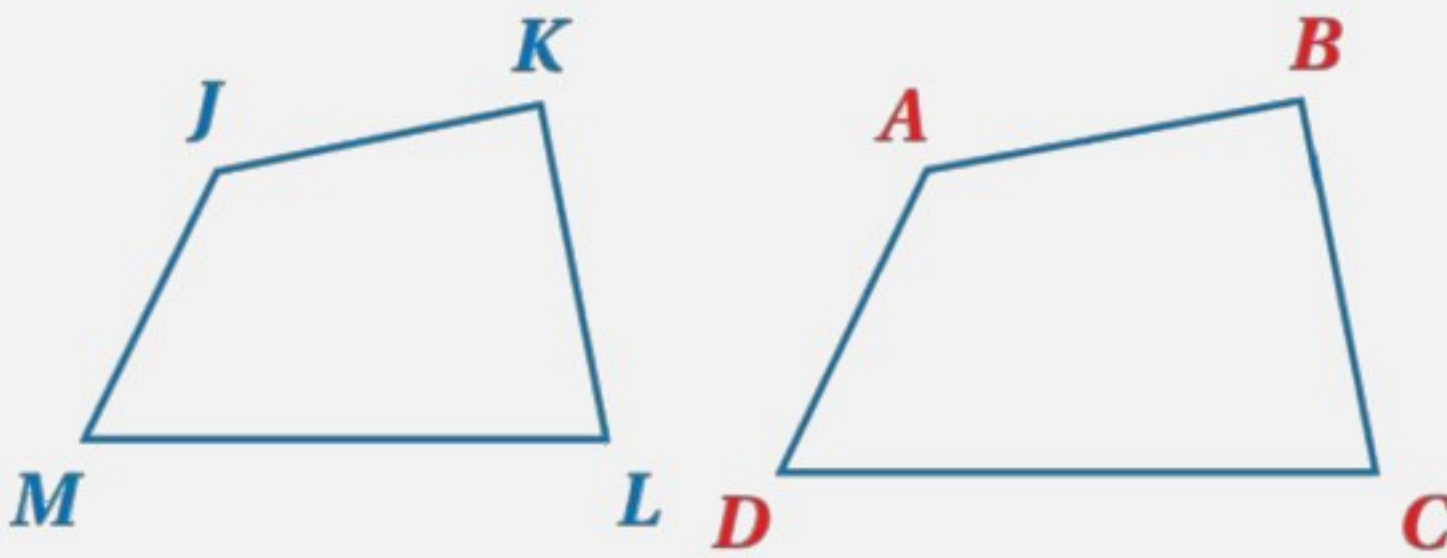
معامل التشابه أو عامل المقياس: النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين .

● يعتمد معامل التشابه على ترتيب المقارنة .

● معامل التشابه بين مضلعين متشابهين يسمى نسبة التشابه أحياناً .

محيطا المضلعين المتشابهين

إذا تشابه مضلعان ، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما .



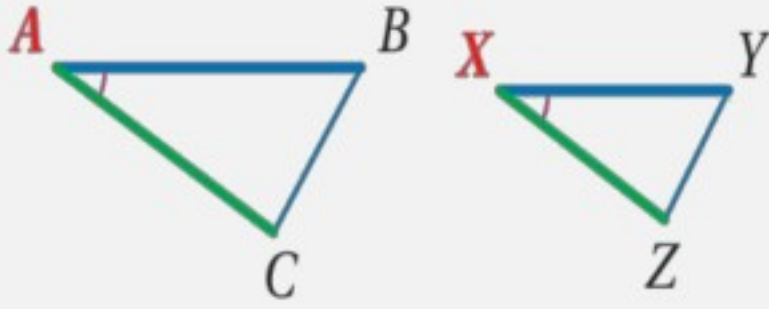
مثال: إذا كان $ABCD \sim JKLM$ ، فإن:

$$\frac{AB}{JK} = \frac{BC}{KL} = \frac{CD}{LM} = \frac{DA}{MJ} = \frac{AB + BC + CD + DA}{JK + KL + LM + MJ}$$

المثلثات المتشابهة

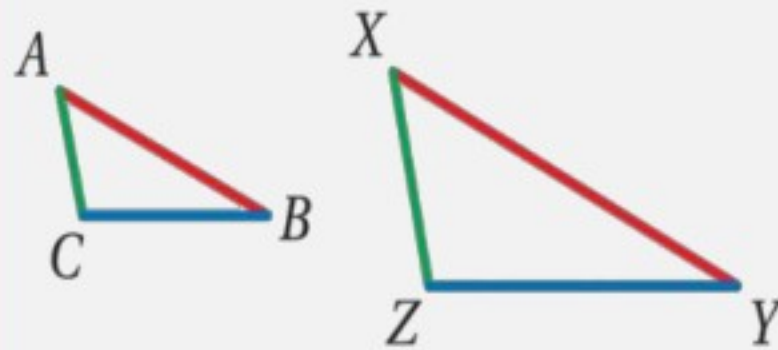
تشابه المثلثات

نظرية التشابه SAS



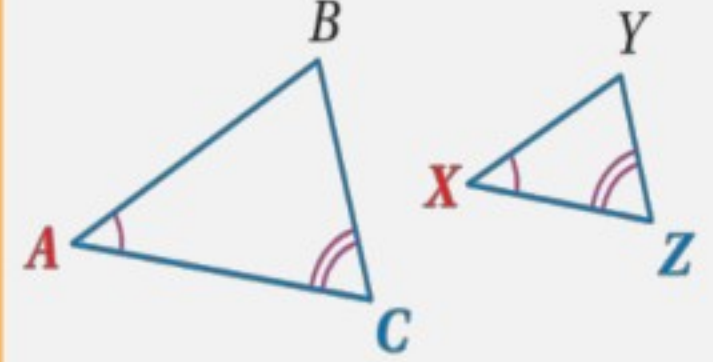
إذا كانت: $\angle A \cong \angle X$, $\frac{AB}{XY} = \frac{CA}{ZX}$
فإن: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

نظرية التشابه SSS



إذا كانت: $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$
فإن: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

مسلمة التشابه AA



إذا كانت: $\angle A \cong \angle X$, $\angle C \cong \angle Z$
فإن: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

خصائص المضلعات المتشابهة

$$\triangle ABC \sim \triangle ABC$$

خاصية الانعكاس
للتشابه

إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، فإن $\triangle DEF \sim \triangle ABC$.

خاصية التماثل
للتشابه

إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\triangle DEF \sim \triangle XYZ$
فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

خاصية التعدي
للتشابه

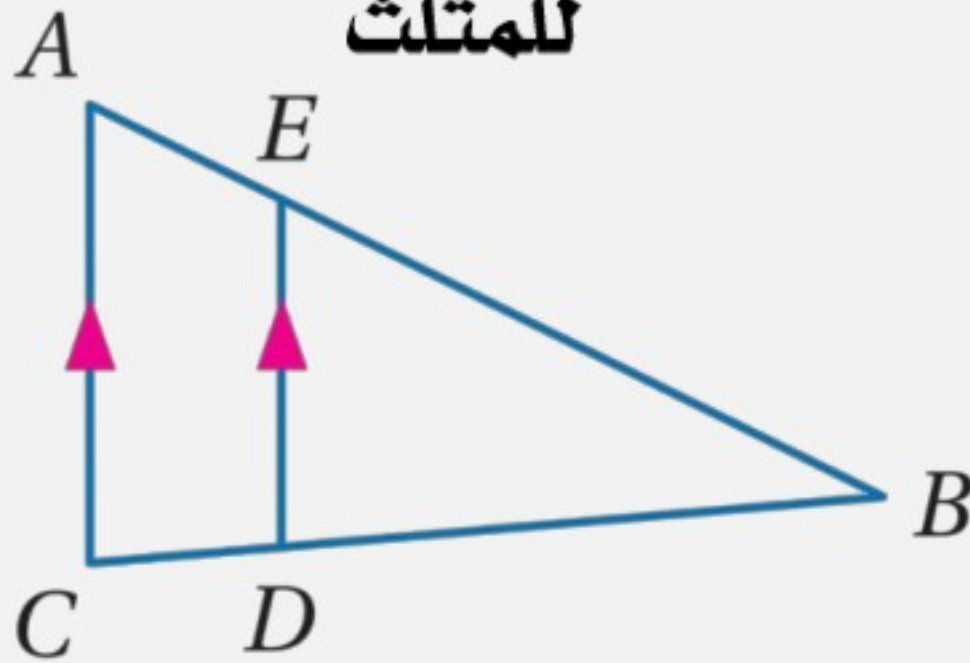


المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسية

المضلعات المتشابهة

عكس نظرية التناسب في المثلث

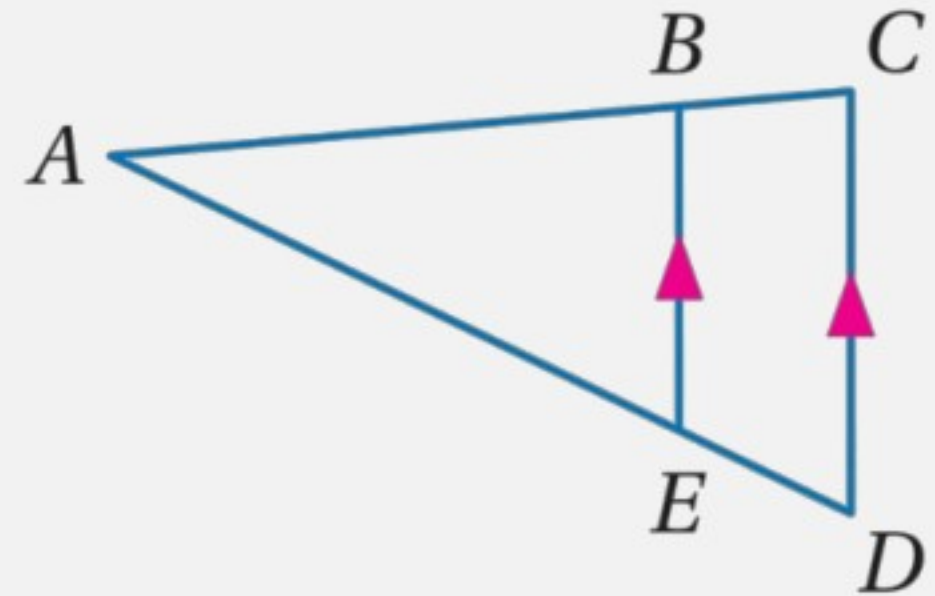
إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث
وقسمهما إلى قطع مستقيمة
متناظرة أطوالها متناسبة ، فإن
المستقيم يوازي الضلع الثالث
للمثلث



مثال : إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{CD}{DB}$ ، فإن $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$.

نظرية التناسب في المثلث

إذا وازى مستقيم ضلعاً من أضلاع
مثلث و قطع ضلعيه الآخرين ،
فإنه يقسمهما إلى قطع مستقيمة
متناظرة أطوالها متناسبة



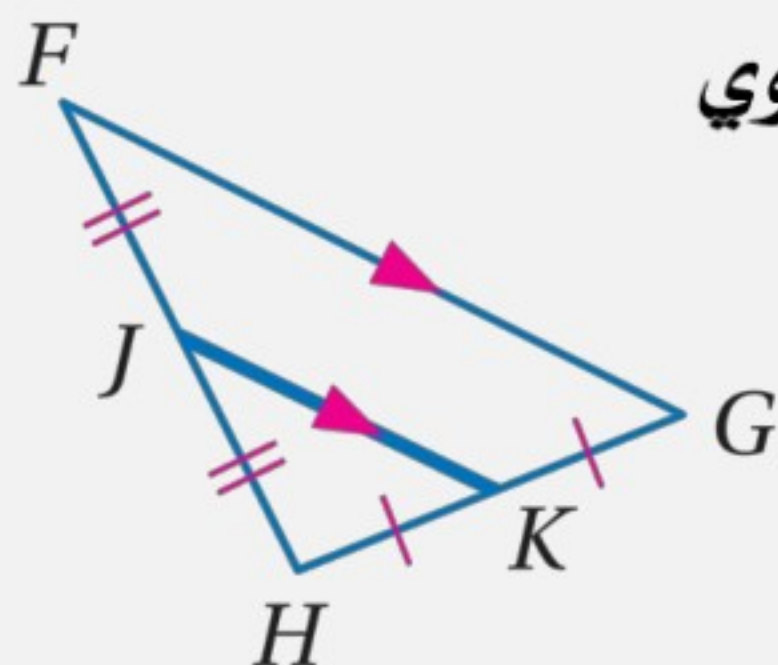
مثال : إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.

القطعة المنصفة في المثلث : هي قطعة مستقيمة طرفاهما نقطتا
منتصف ضلعين في المثلث . وفي كل مثلث ثلاثة قطع منصفة .



المستقيمت المتوازية و الأجزاء المتناسية

نظرية القطعة المنصبة في المثلث



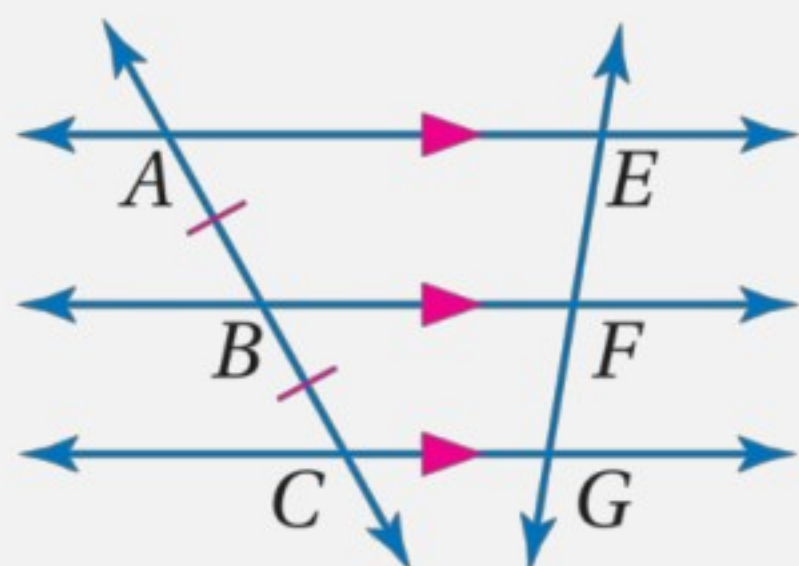
إذا تشابه مضلعان ، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما .

مثال : إذا كانت J, K نقطتي منتصف $\overline{FH}, \overline{HG}$ على الترتيب، فإن : $\overline{JK} \parallel \overline{FG}, JK = \frac{1}{2} FG$.

الأجزاء المتناسية من قاطعين لمستقيمت متوازية

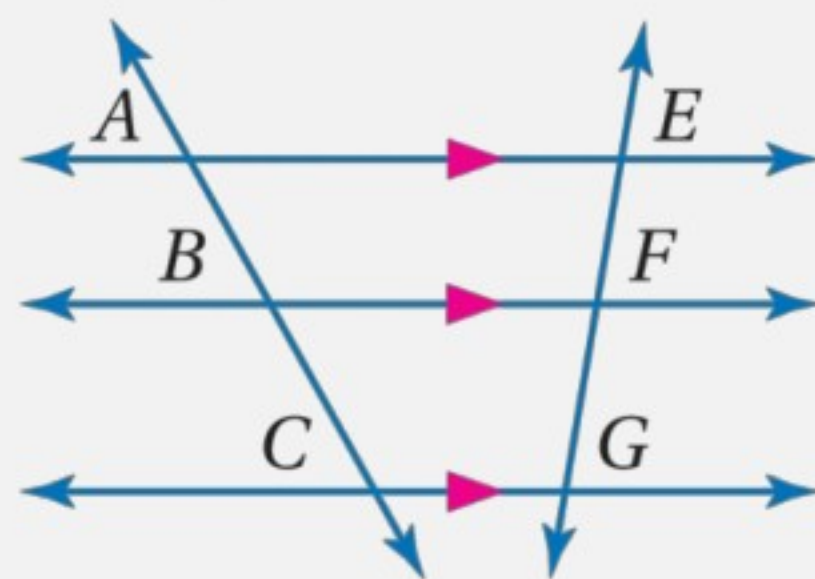
إذا قطع قاطع ثلاث مستقيمت متوازية أو أكثر ، وكانت أجزاءه متطابقة ، فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة .

مثال : إذا كان : $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعين لها، بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.



إذا قطع قاطعان ثلاث مستقيمت متوازية أو أكثر ، فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة

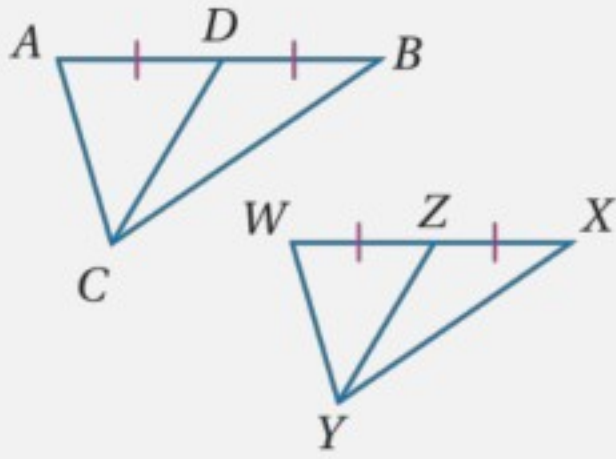
مثال : إذا كان : $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعان لها، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.



عناصر المثلثات المتشابهة

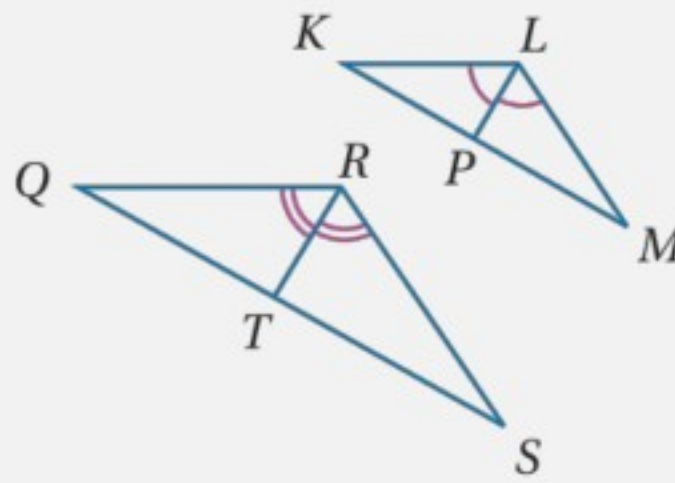
قطع مستقيمة خاصة في المثلثين المتشابهين

إذا تشابه مثلثان ، فإن النسبة بين طولي كل قطعتين متوسطتين متناظرين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين .



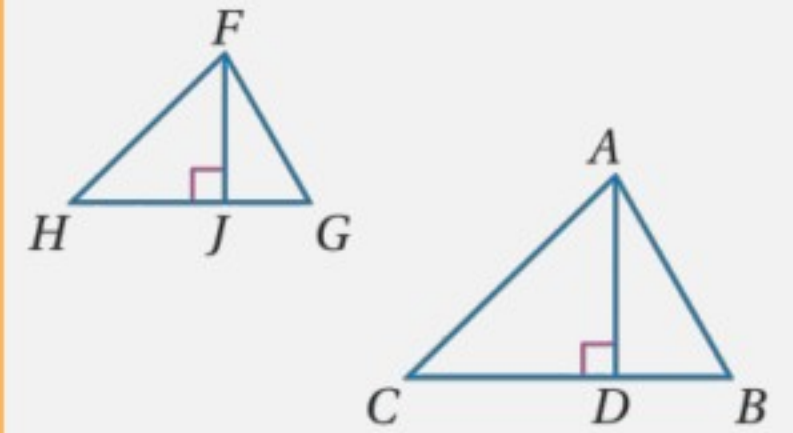
مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$ ، $\overline{CD}$ ، $\overline{YZ}$ قطعتين متوسطتين فإن $\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$

إذا تشابه مثلثان ، فإن النسبة بين طولي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين .



مثال: إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$ ، $\overline{LP}$ ، $\overline{RT}$ قطعتين منصفتين، فإن $\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$

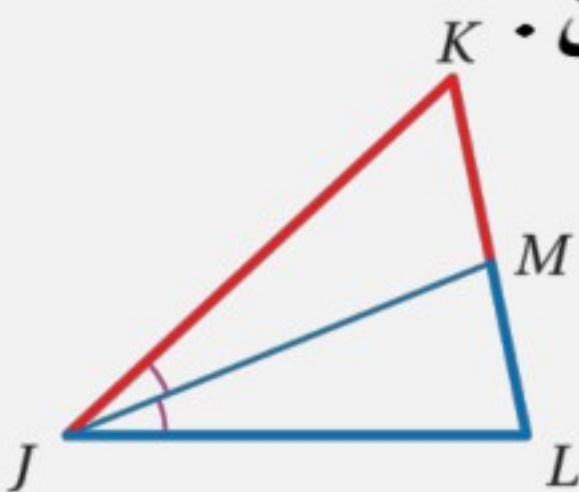
إذا قطع قاطعان ثلاث مستقيمات متوازية أو أكثر ، فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة



مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$ ، $\overline{AD}$ ، $\overline{FJ}$ ارتفاعين فإن $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$

منصف زاوية في مثلث

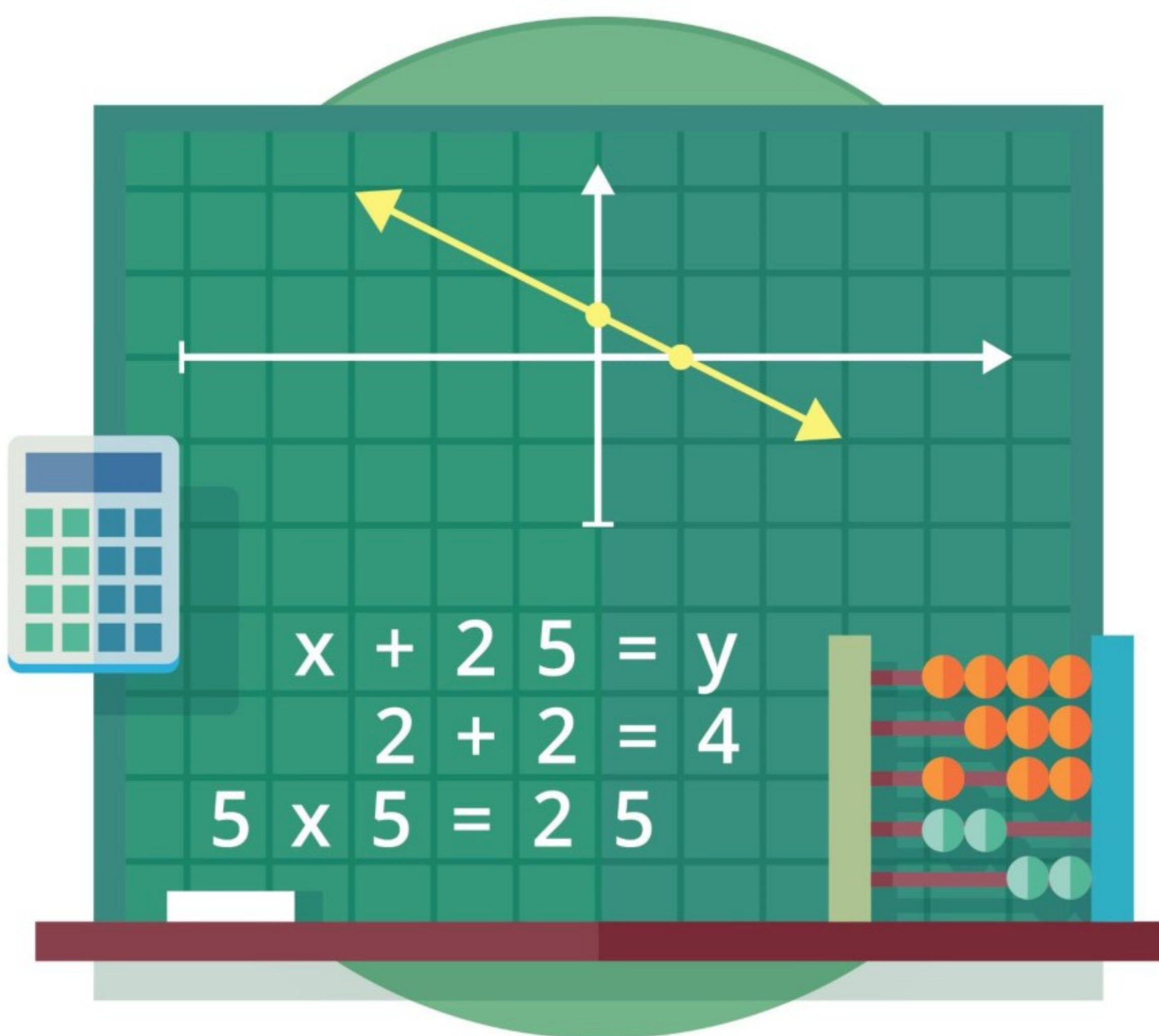
منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين .



مثال: إذا كانت $\overline{JM}$ منصف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

→ القطعتان المشتركتان بالرأس K فإن $\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$
→ القطعتان المشتركتان بالرأس L

التحويلات الهندسية و التماثل



التحويلات الهندسية

التحويلات الهندسية

تحويلات تشابه

التمدد

تحويلات تطابق

الانعكاس

الانسحاب

الدوران



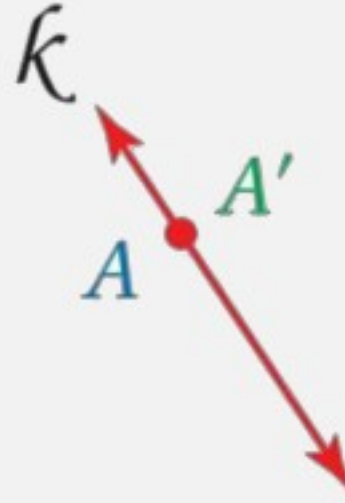
الانعكاس

الانعكاس : هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيم يسمى محور الانعكاس.

الانعكاس حول مستقيم

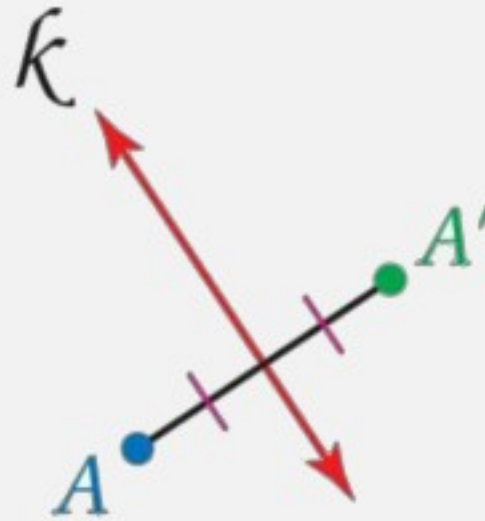
الانعكاس حول مستقيم ينقل النقطة إلى صورتها كما يأتي :

إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس ، فإن صورتها هي النقطة نفسها.



A تقع على المستقيم K

إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس ، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها .



A لا تقع على المستقيم K

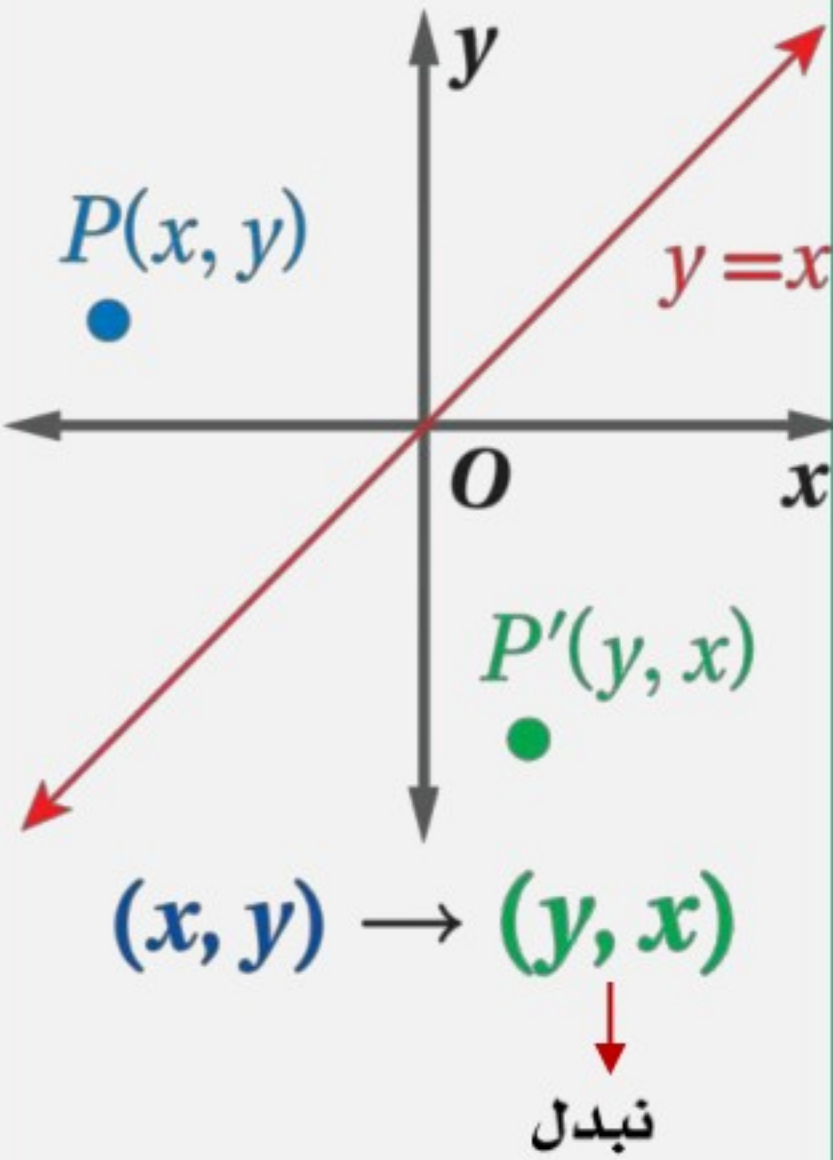
الرموز A', A'', A''' تمثل أسماء للنقاط الناتجة عن تحويل هندسي أو أكثر للنقطة A

الانعكاس

الانعكاس في المستوى الإحداثي

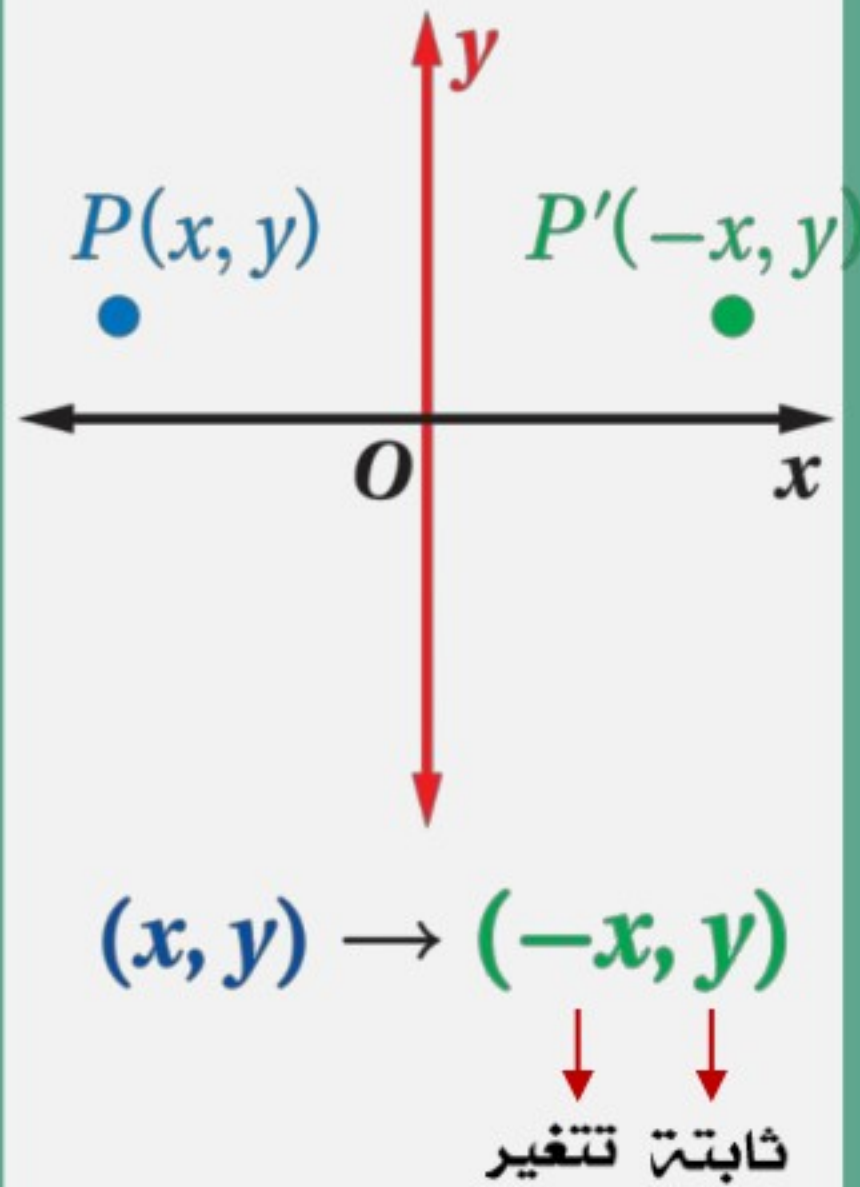
الانعكاس حول محور

$$y = x$$



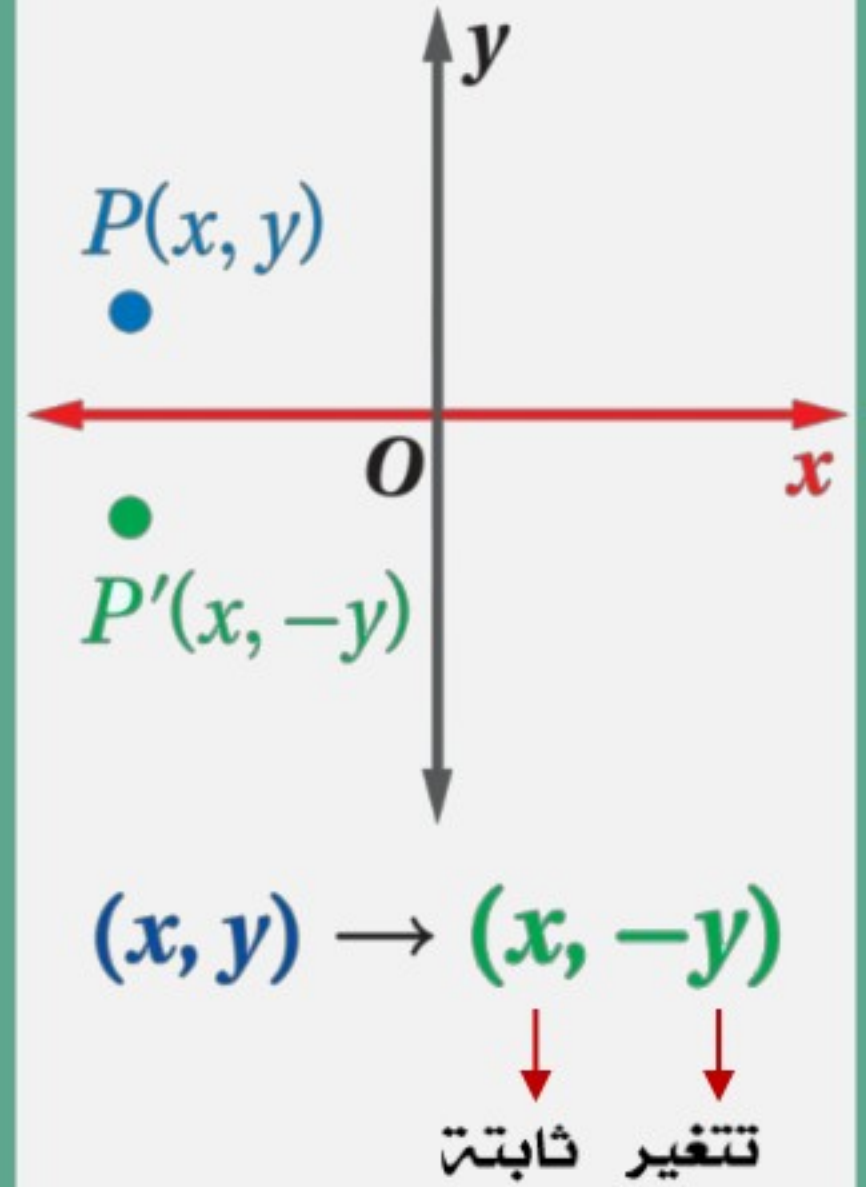
الانعكاس حول محور

$$y$$



الانعكاس حول محور

$$x$$



ملاحظة : هو تحويل تكون فيه الصورة مطابقة للشكل الأصلي .



الإزاحة (الانسحاب)

الانسحاب : هو تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره.

الانسحاب

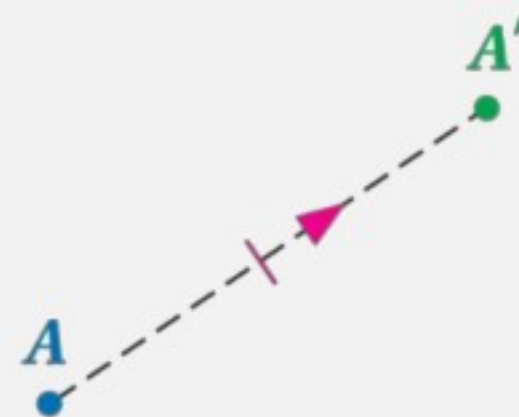
في المستوى الاحداثي

$$P(x, y) \rightarrow P'(x + a, y + b)$$

الإزاحة في المستوى

تنقل الإزاحة (الانسحاب) كل نقطة إلى صورتها مسافة محددة وفي اتجاه محدد (اتجاه الإزاحة). فالإزاحة التي تنقل ، تنقل نقاط الشكل جميعها أيضا A إلى صورتها A' النقطة بحيث إن :

- مقدار الإزاحة يساوي طول القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها يساوي طول $\overline{AA'}$.
- القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها توازي $\overline{AA'}$.



النقطة A' هي صورة النقطة A بالإزاحة.

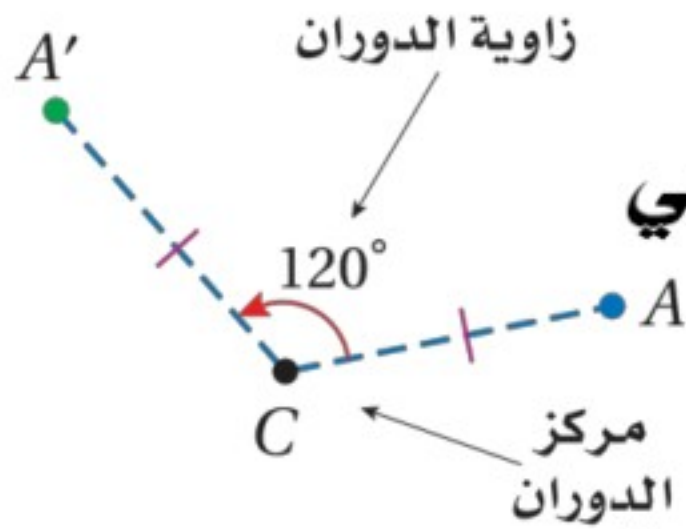
ملاحظة

الإزاحة الأفقية : عندما يكون $b = 0$ تكون الإزاحة أفقية فقط.

الإزاحة الرأسية : عندما يكون $a = 0$ تكون الإزاحة رأسية فقط.

الدوران

الدوران حول نقطة ثابتة (تسمى **مركز الدوران**) بزاوية معينة قياسها x° واتجاه معين



إذا كانت النقطة هي مركز الدوران ، فإن صورتها هي النقطة نفسها.

إذا كانت النقطة غير مركز الدوران ، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران ، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تسمى زاوية الدوران .

الدوران في المستوى الإحداثي

الدوران بزاوية 270°

الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$

الدوران بزاوية 180°

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

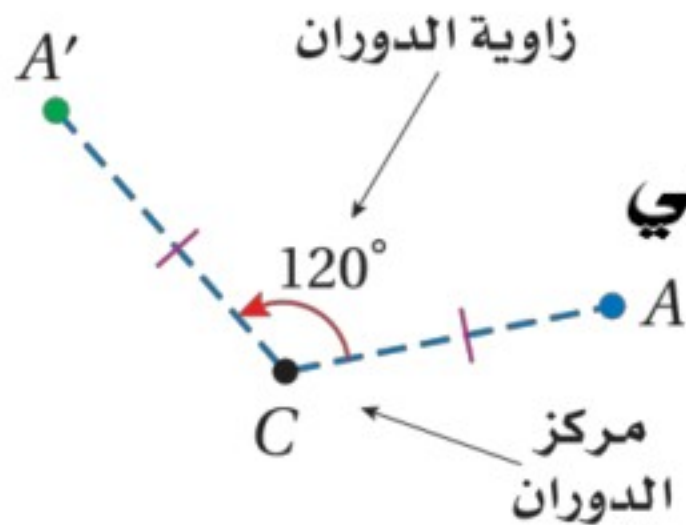
الدوران بزاوية 90°

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$

الدوران

الدوران حول نقطة ثابتة (تسمى **مركز الدوران**) بزاوية معينة قياسها x°

واتجاه معين



إذا كانت النقطة هي مركز الدوران ، فإن صورتها هي النقطة نفسها.

إذا كانت النقطة غير مركز الدوران ، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران ، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تسمى زاوية الدوران .

الدوران في المستوى الإحداثي

الدوران بزاوية 270°

الدوران بزاوية 180°

الدوران بزاوية 90°

الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$

ملاحظة:

لا بد من معرفة ٣ أشياء :

١. مركز الدوران .
٢. زاوية الدوران
٣. اتجاه الدوران .

الدوران

إرشادات للدراسة

الدوران بزاوية 360° :

الدوران بزاوية 360°

حول نقطة ما يُعيد

الشكل إلى وضعه

الأصلي؛ أي أن الصورة

الناتجة عن دوران بزاوية

360° هي الشكل الأصلي

نفسه.

الدوران في اتجاه

حركة عقارب الساعة :

يُشير قياس زاوية

الدوران السالب إلى أن

الدوران في اتجاه حركة

عقارب الساعة. فالدوران

بزاوية 90° - حول نقطة

الأصل هو دوران بزاوية

90° في اتجاه حركة

عقارب الساعة حول

نقطة الأصل.



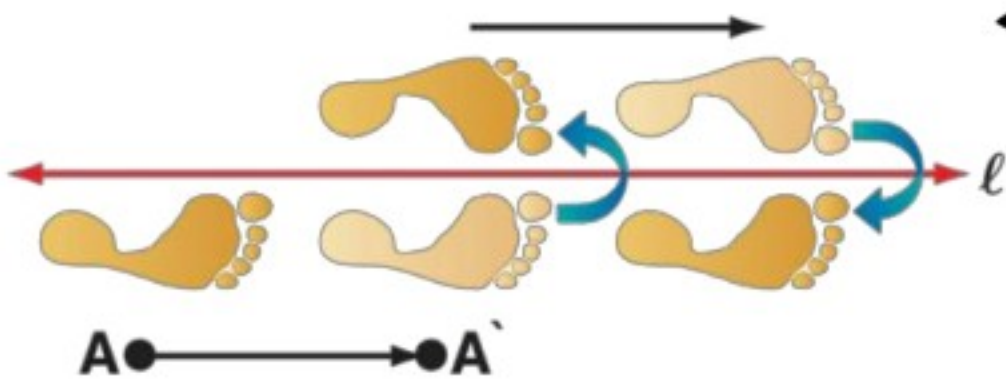
تركيب التحويلات الهندسية

تحويل هندسي مركب:

التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية هو تركيب لتحويلين هندسيين.

تركيب إزاحة انعكاس:

هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خط مستقيم مواز لخط اتجاه الإزاحة.



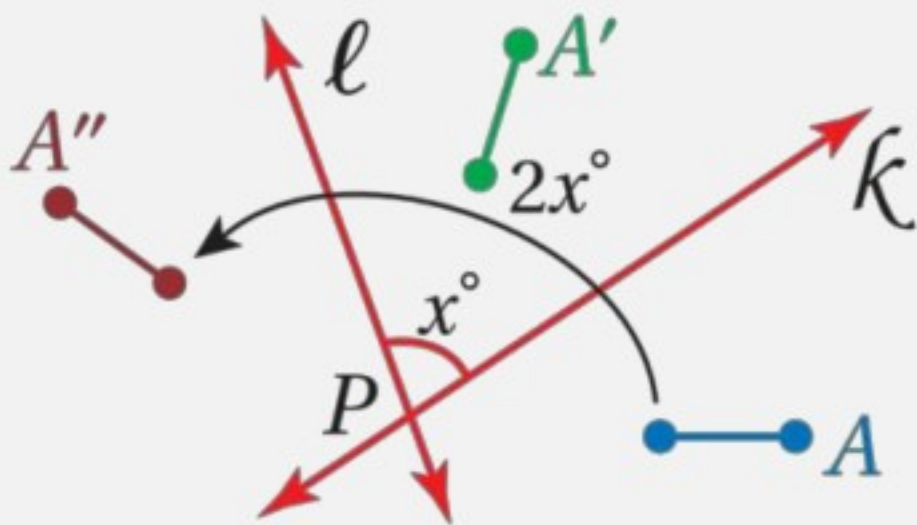
تركيب تحويلات التطابق: تركيب تحويلي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضاً.

تركيب التحويلات الهندسية

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه إزاحة، ويكون:

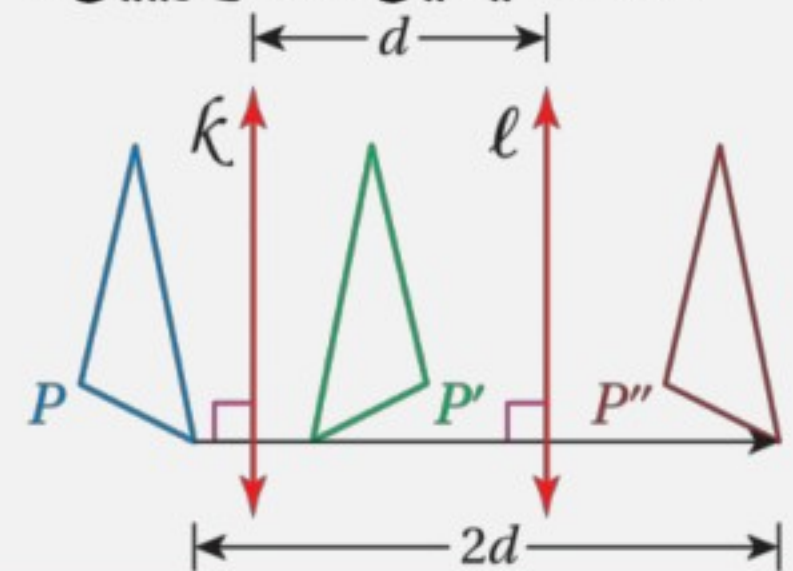
- مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين.
- قياس زاويته يساوي مثلي قياس الزاوية التي يشكلها تقاطع هذين المستقيمين.



تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:

- اتجاهها عمودياً على كل من المستقيمين.
- مقدارها يساوي مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.



التماثل

التماثل :

يكون الشكل متماثلاً إذا وجد انعكاس أو إزاحة أو دوران أو تركيب إزاحة وانعكاس ينتج عنه صورة منطبقة على الشكل نفسه .

التماثل في الاشكال ثنائية الابعاد

التماثل الدوراني

يكون للشكل الثنائي الأبعاد تماثل دوراني (أو تماثل نصف قطري) إذا كانت صورته الناتجة عن دوران 0° و 360° حول مركزه هي الشكل نفسه.

مركز التماثل : هو مركز دوران الشكل الذي له تماثل دوراني.

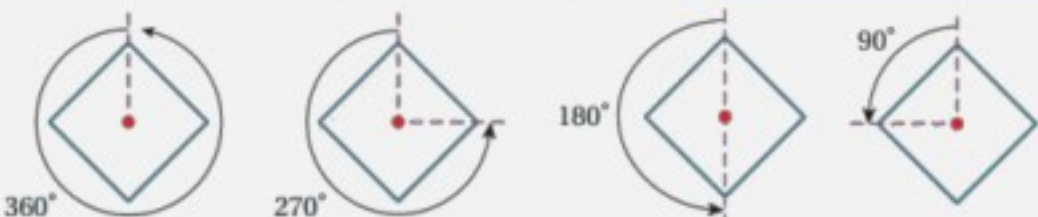
رتبة التماثل :

عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على نفسه في أثناء دوران من 0° إلى 360°

مقدار التماثل :

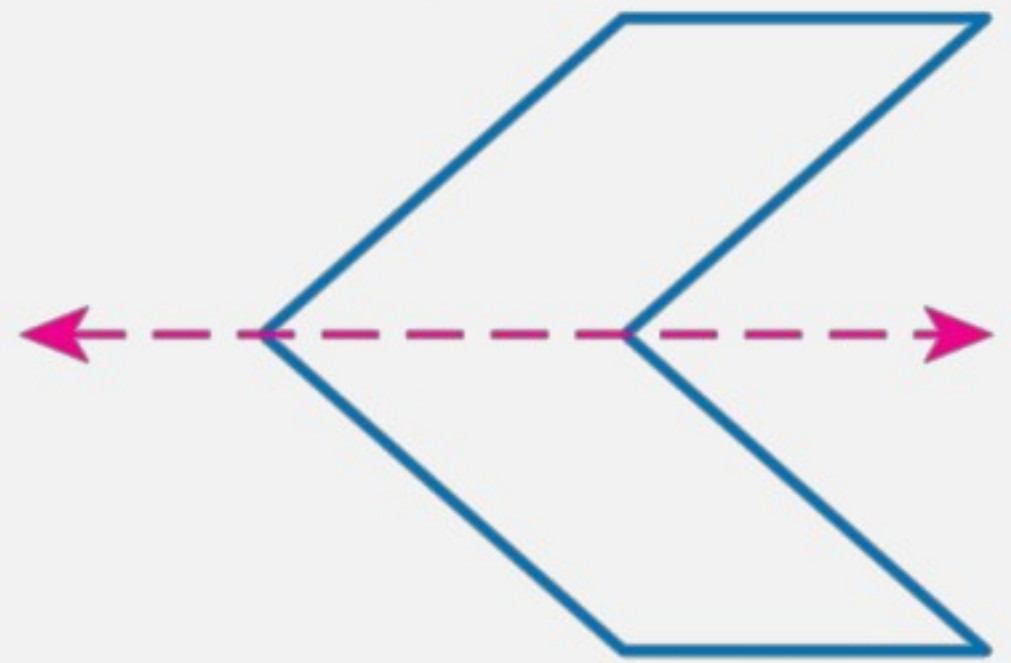
قياس اصغر زاوية يدورها الشكل الذي تماثل دوراني حتى ينطبق على نفسه .

مقدار التماثل : $\frac{360}{\text{رتبة التماثل}}$



حول محور

يكون الشكل الثنائي الأبعاد متماثلاً حول محور ، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه ، ويسمى هذا المستقيم محوى تماثل.

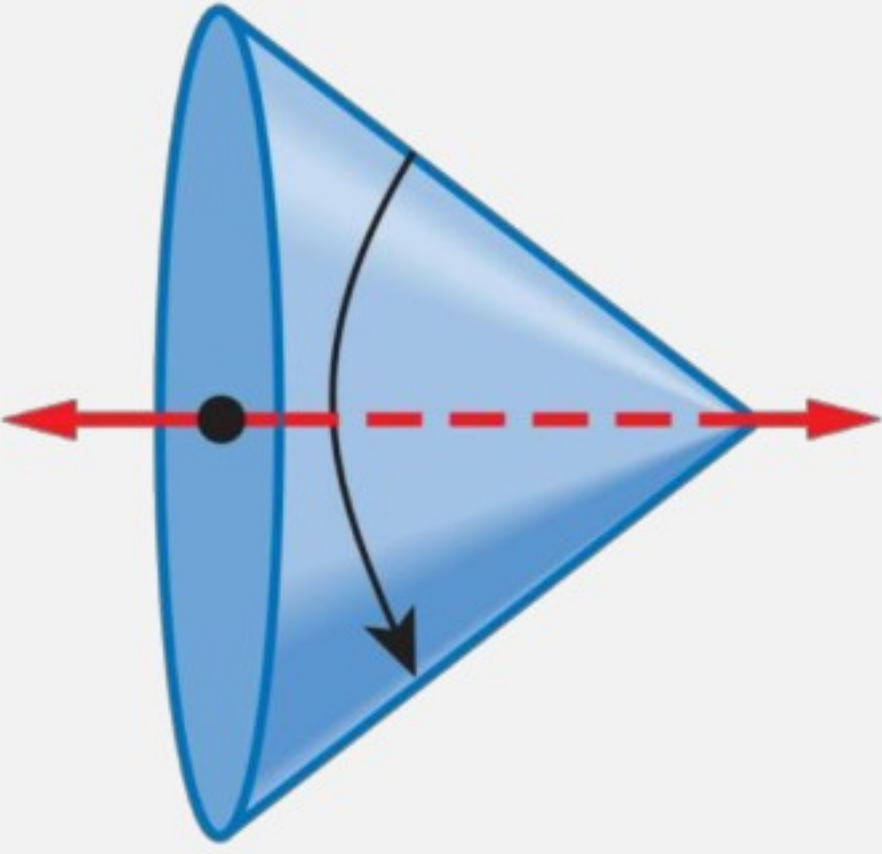


التماثل

التماثل في الأشكال ثلاثية الأبعاد

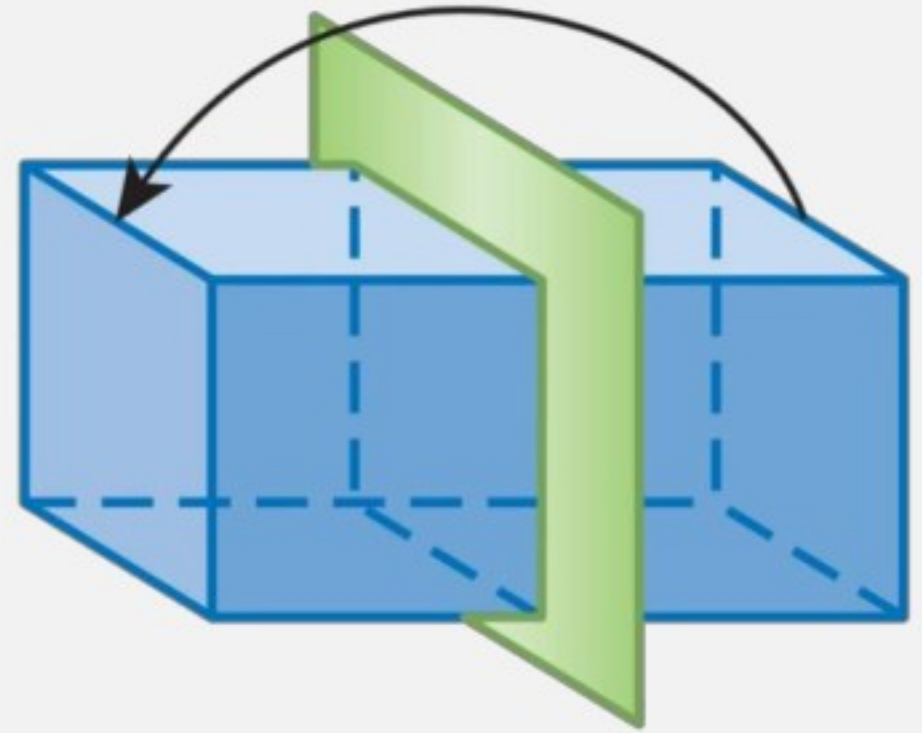
حول محور

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلاً حول محور ، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزوايا بين 0° و 360° ؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي .



حول مستوى

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلاً حول مستوى ، إذا أمكن تقسيمه بهذا المستوى إلى شكلين متطابقين وفي هذه الحالة يسمى هذا المستوى (مستوى التماثل)



التمدد

التمدد : هو تحويل هندسي يكبر الشكل أو يصغره بنسبة محددة .

معامل التمدد : $\frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$
↓
ويرمز لها برمز k

تحديد التمدد :
١. معرفة مركز التمدد.
٢. معرفة معامل التمدد.

التمدد

في المستوى الاحداثي

$$(x, y) \rightarrow (kx, ky)$$

معامل التمدد (k)

تكبيراً $k > 1$

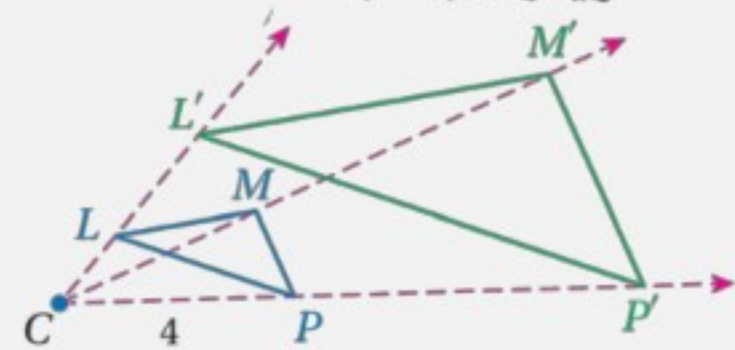
تصغيراً $0 < k < 1$

تطابق $k = 1$

في مستوى

التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k ، حيث $k \neq 1$ ، ينقل النقطة P في شكل ما إلى صورتها P' ، بحيث:

- إذا انطبقت النقطة P على مركز التمدد C ، فإن صورتها هي النقطة P نفسها.
- إذا لم تنطبق النقطة P على مركز التمدد C ، فإن صورتها P' تقع على $\overrightarrow{CP}$ ، ويكون $CP' = k(CP)$.



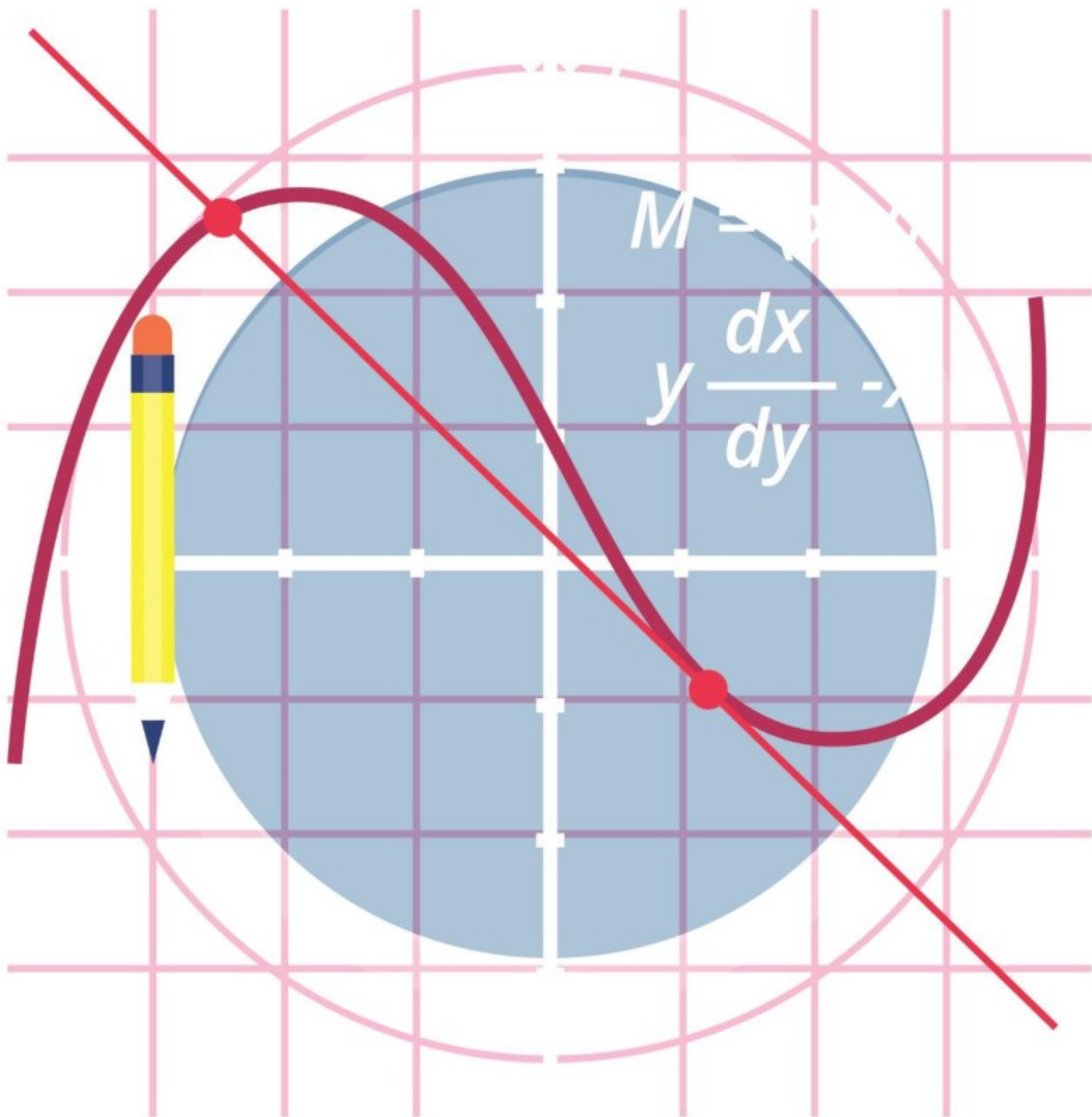
$$| \text{---} 4 (2.5) = 10 \text{ ---} |$$

$\triangle L'M'P'$ هو صورة $\triangle LMP$ الناتجة

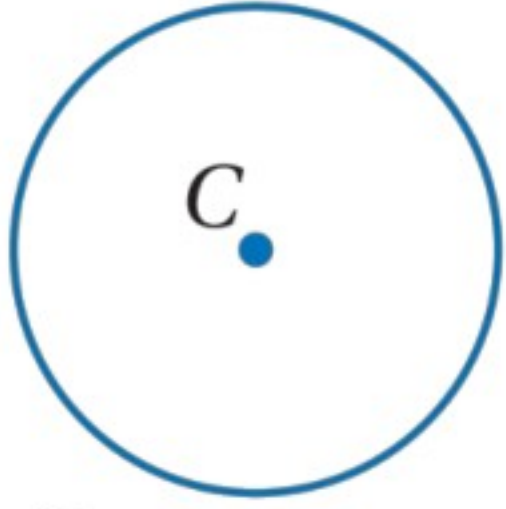
عن التمدد الذي مركزه C ومعامله 2.5



الدائرة



الدائرة ومحيطها



الدائرة C أو C

الدائرة : هي المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى ، والتي تبعد بعداً ثابتاً عن نقطة معلومة تسمى مركز الدائرة ، وعادة ما تسمى الدائرة بمركزها.

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

القطر

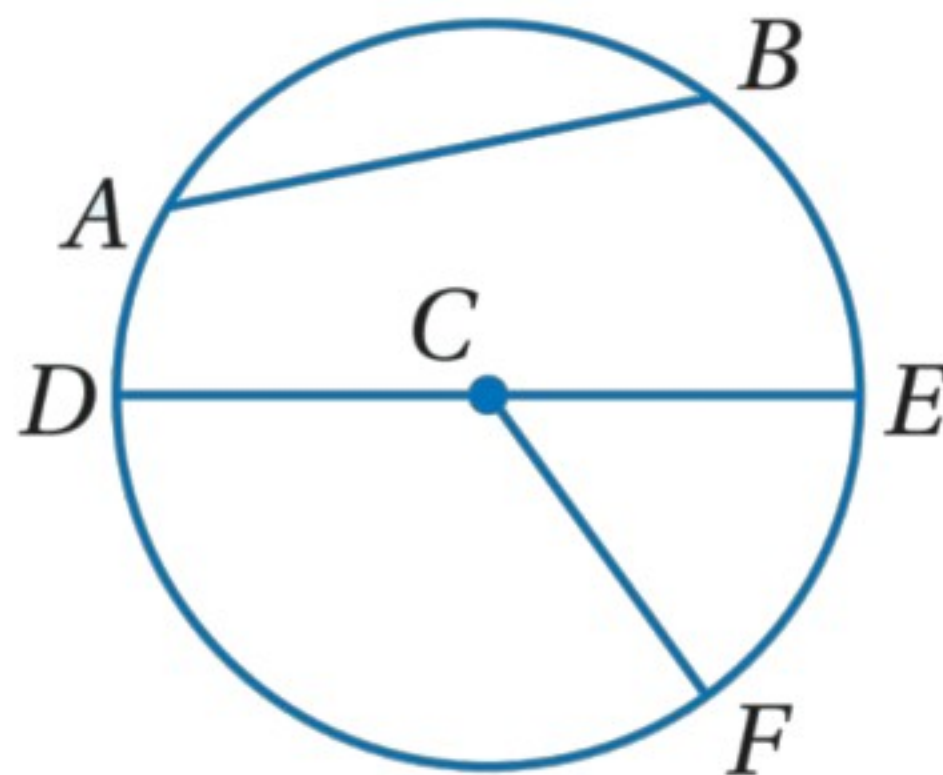
هو وتر يمر بمركز الدائرة ، ويتكون من نصفي قطرين يقعان على استقامة واحدة.

الوتر

هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة.

نصف القطر

هو قطعة مستقيمة يقع أحد طرفيها على المركز والطرف الآخر على الدائرة .



الدائرة ومحيطها

العلاقة بين القطر ونصف القطر

نصف القطر

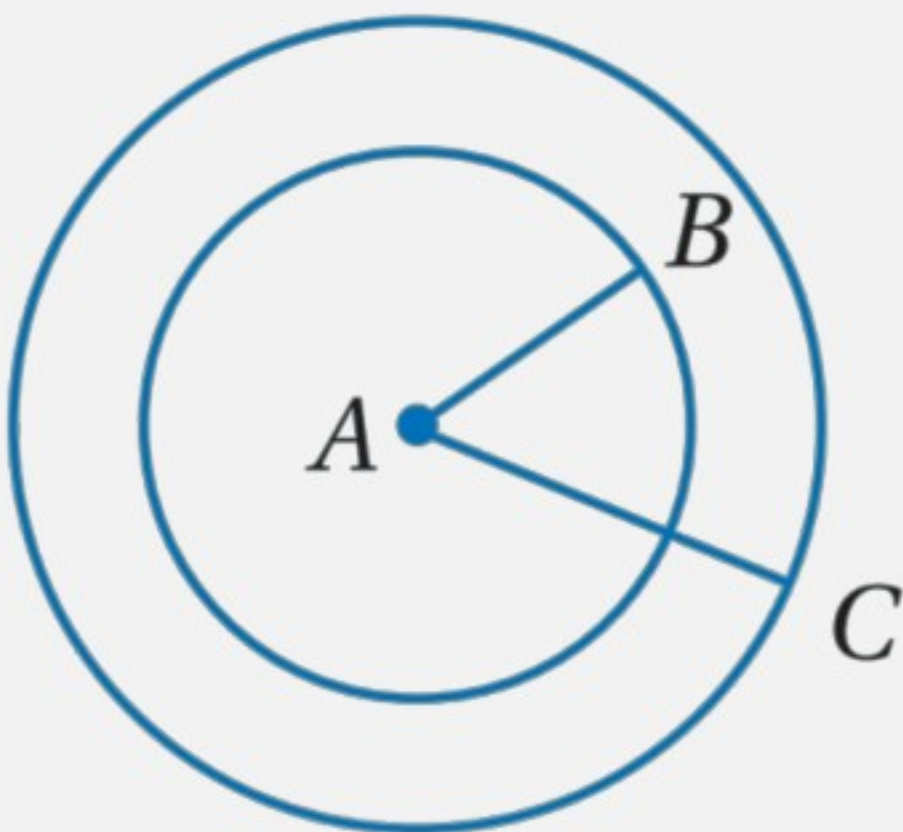
$$r = \frac{1}{2}d$$

القطر

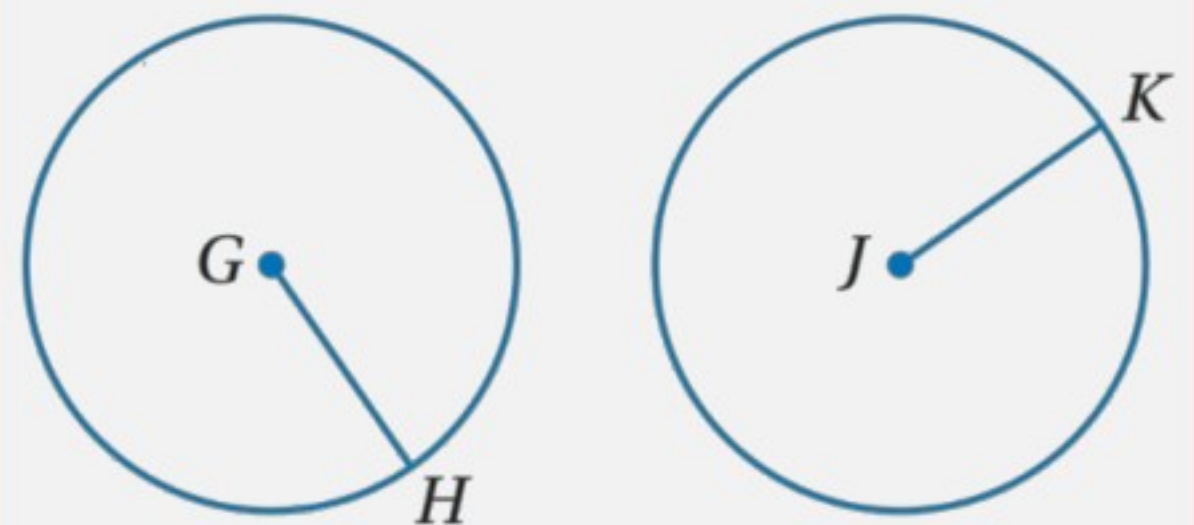
$$d = 2r$$

أزواج الدوائر

الدائرتان المتحدتان
في المركز



دائرتان متطابقتان



الدائرة ومحيطها

تقاطع في نقطتين	تقاطع في نقطة واحدة	لا يوجد تقاطع
		

محيط الدائرة: هو طول المنحنى المغلق الذي يمثل الدائرة ، ويرمز له بالرمز C

محيط الدائرة

إذا علم نصف القطر

$$C = 2\pi r$$

إذا علم القطر

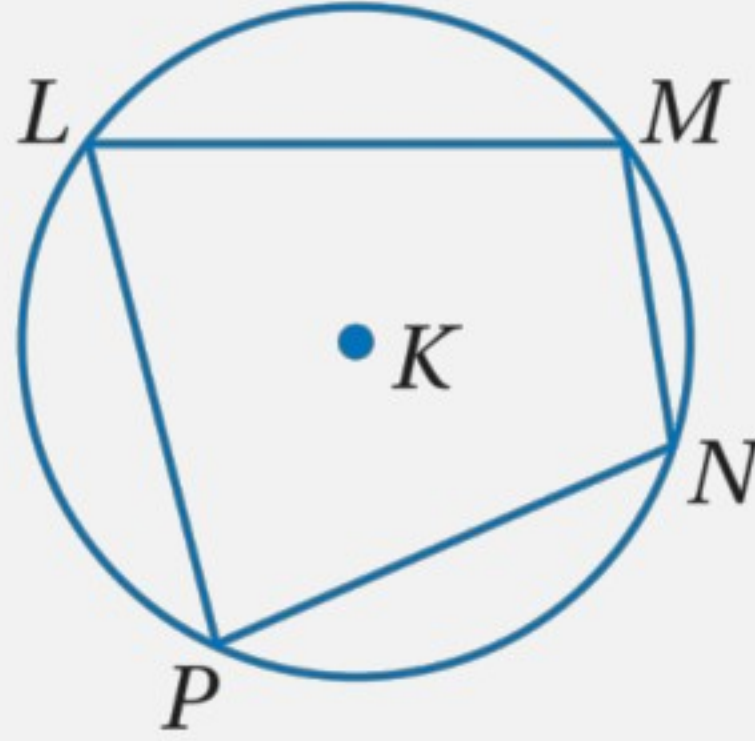
$$C = \pi d$$



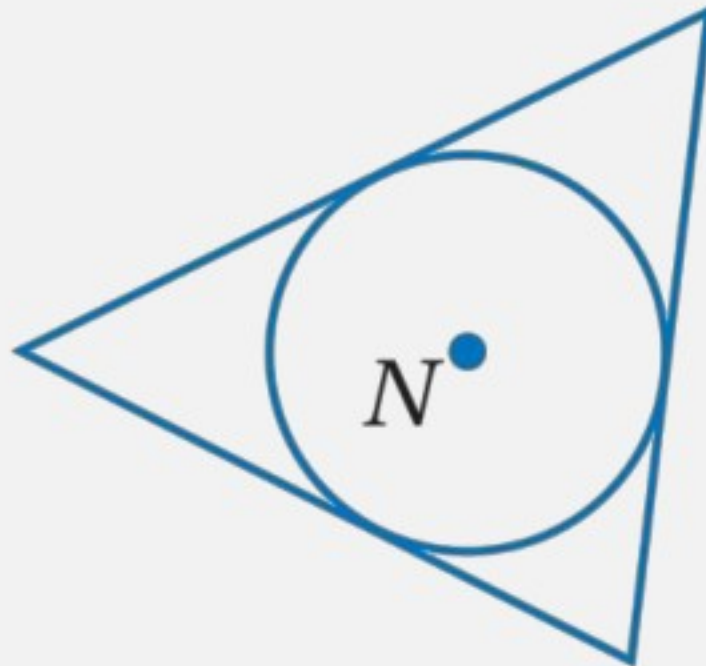
الدائرة ومحيطها

يكون المضلع **محاطاً بدائرة** إذ وقعت رؤوسه وتسمى هذه الدائرة **الدائرة الخارجية**.

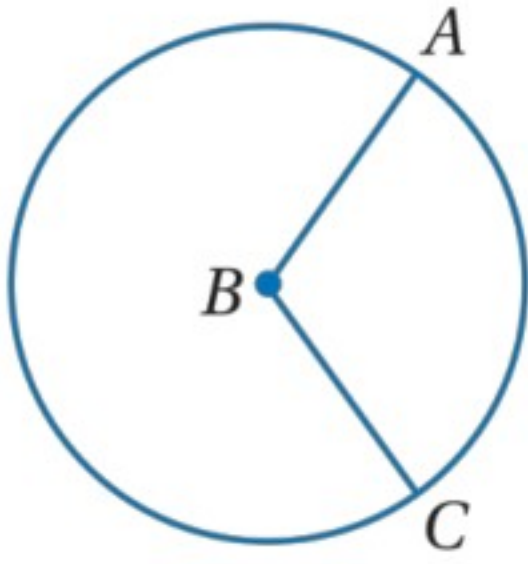
- الشكل الرباعي $LMNP$ مُحاط بـ $\odot K$.
- $\odot K$ دائرة خارجية للمضلع $LMNP$.



الدائرة الخارجية والدائرة الداخلية :
تسمى الدائرة التي تمر بجميع رؤوس المضلع الدائرة الخارجية ، أما
الدائرة التي تمس جميع أضلاع المضلع ، فتسمى الدائرة الداخلية ،
حيث تكون محاطة بالمضلع ، كالدائرة في الشكل التالي



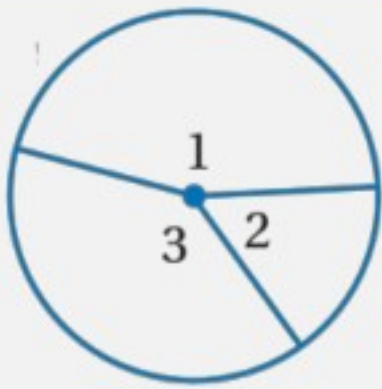
قياس الزوايا و الأقواس



الزاوية المركزية :

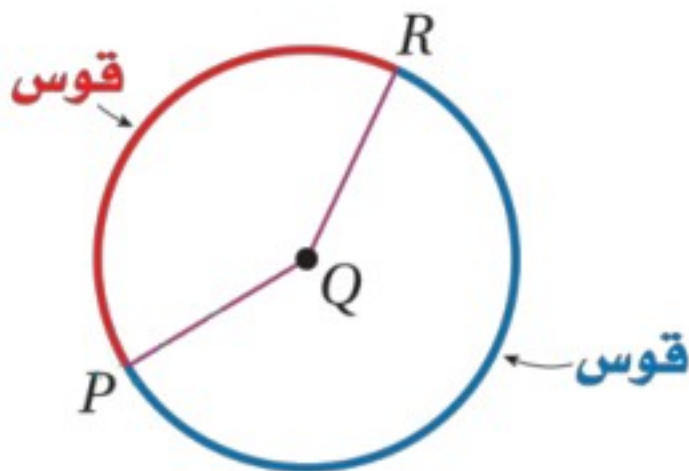
هي زاوية يقع رأسها في المركز ، وضلعها نصفاً قطرين في الدائرة.

مجموع قياسات الزوايا المركزية

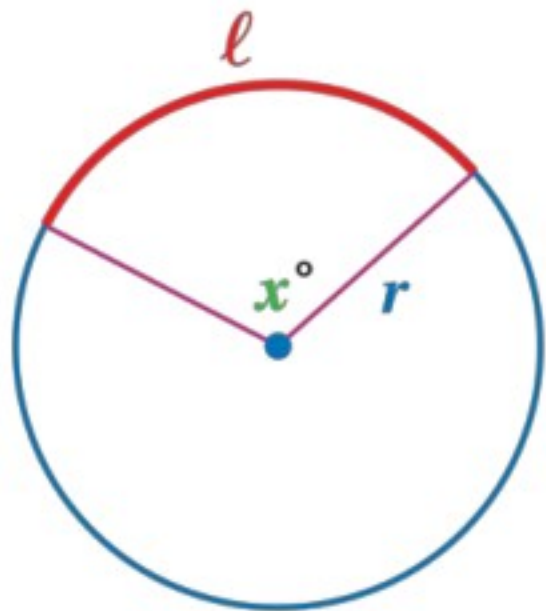


مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة ، والتي لا تحوي نقاطاً داخلية مشتركة يساوي 360°

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360^\circ$$



القوس : هو جزء من دائرة يحدد بنقطتي طرفيه .



طول القوس : هو المسافة على الدائرة بين نقطتي طرفيه ، ويقاس بوحدات الطول ، وبما أن القوس جزء من الدائرة ، فإن طوله جزء من محيطها.

$$\frac{l}{2\pi r} = \frac{x^\circ}{360^\circ}$$

$$l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$\frac{\text{طول القوس}}{\text{محيط الدائرة}} = \frac{\text{قياس القوس الدرجات}}{360^\circ}$$

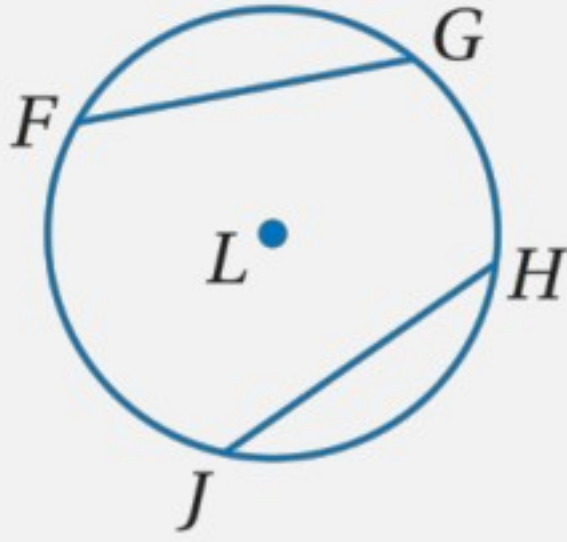


الدائرة ومحيطها

الأقواس وقياسها

القوس	تعريفها	الرسم	قياسه
القوس الأصغر	هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة .		$m\widehat{ADB} = 360^\circ - m\widehat{AB} = 360^\circ - x^\circ$
القوس الأكبر	هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة .		$m\widehat{AB} = m\angle ACB = x^\circ$
نصف الدائرة	هي قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر الدائرة .		$m\widehat{ADB} = 180^\circ$
الأقواس المتطابقة	هي الأقواس التي تقع في الدائرة نفسها ، أو في دائرتين متطابقتين ، ويكون لها القياس نفسه .		
الأقواس المتجاورة	هي أقواس في الدائرة تشترك مع بعضها في نقطة واحدة فقط .		$m\widehat{XZ} = m\widehat{XY} + m\widehat{YZ}$

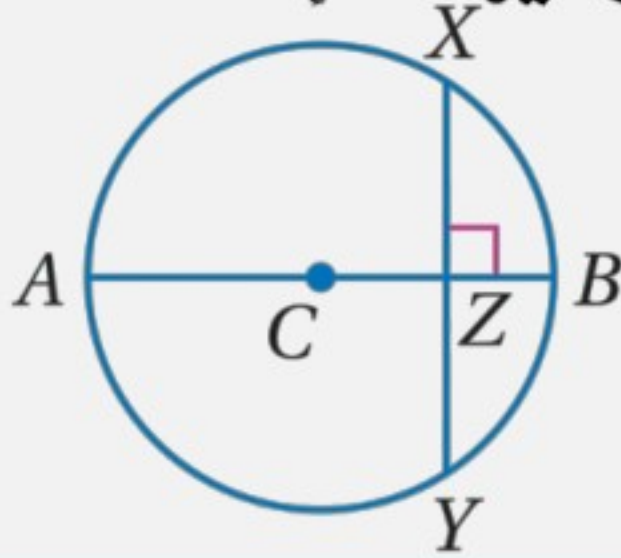
الأقواس و الأوتار



في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين ، يكون
القوسان الأصغران متطابقين ، إذا وفقط إذا كان
الوتران المناظران لهما متطابقين .

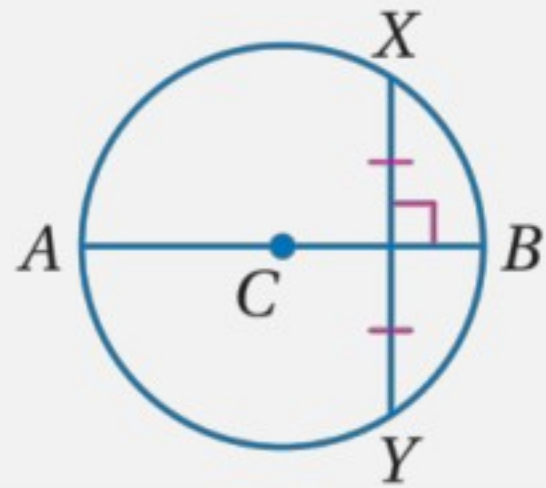
$\overline{FG} \cong \overline{HJ}$ ، إذا وفقط إذا كان $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$.

إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عمودياً على وتر فيها ، فإنه
ينصف ذلك الوتر ، وينصف قوسه .



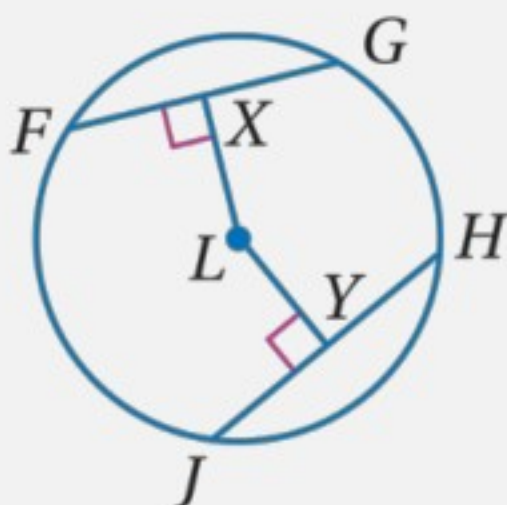
مثال : إذا كان القطر $\overline{AB}$ عمودياً على $\overline{XY}$ في النقطة Z ،
فإن : $\overline{XZ} \cong \overline{ZY}$ ، $\widehat{XB} \cong \widehat{BY}$.

العمود المنصف لوتر في الدائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها



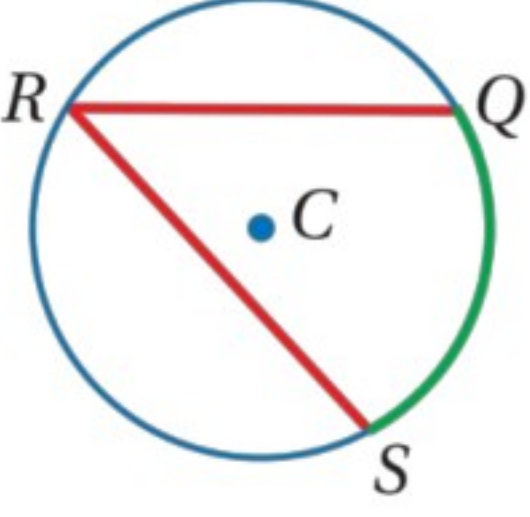
مثال : إذا كان $\overline{AB}$ عموداً منصفاً للوتر $\overline{XY}$ ،
فإن $\overline{AB}$ قطر في $\odot C$.

في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين ، يكون الوتران
متطابقين إذا وفقط إذا كان بعداهما عن مركز الدائرة متساويين



$LX = LY$ إذا وفقط إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{HJ}$.

الزوايا المحيطية



الزاوية المحيطية: هي زاوية يقع رأسها على الدائرة ويحتوي على ضلعاها على وترين في الدائرة.

القوس المقابل: هو قوس يقع داخل الزاوية المحيطية ويقع طرفاه على ضلعيها.

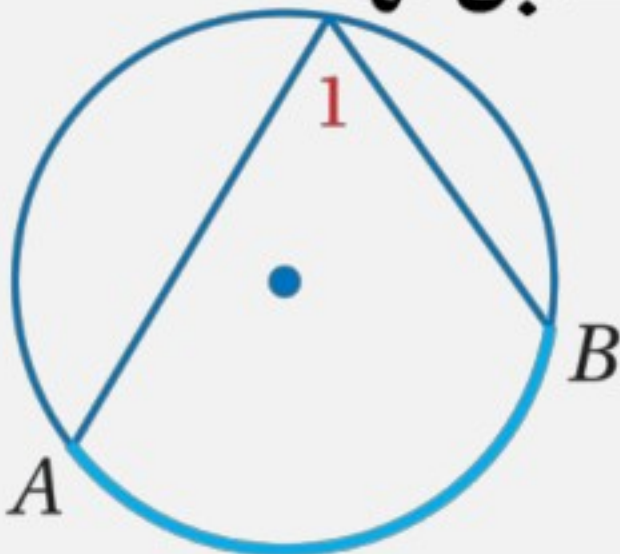
قياس الزاوية المحيطية: $\frac{1}{2}$ قياس القوس المقابل لها .

حالات الزاوية المحيطية

الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
يقع مركز الدائرة P على أحد ضلعي الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P داخل الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P خارج الزاوية المحيطية.

نظرية الزاوية المحيطية

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها



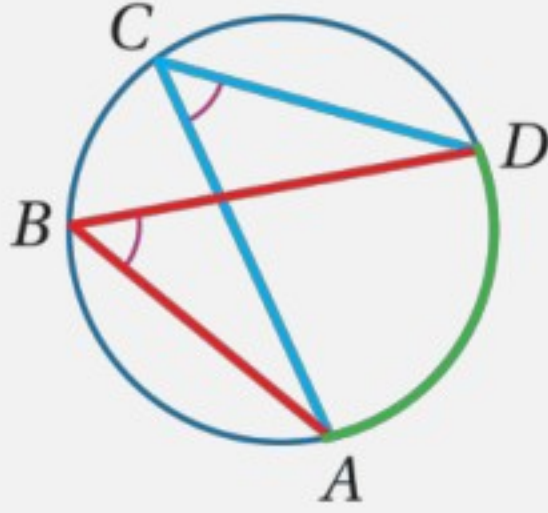
$$m\angle 1 = \frac{1}{2} m\widehat{AB}, m\widehat{AB} = 2m\angle 1$$



الزوايا المحيطية

العلاقة بين الزاويتين المحيطيتين اللتين تقابلان القوس نفسه في الدائرة

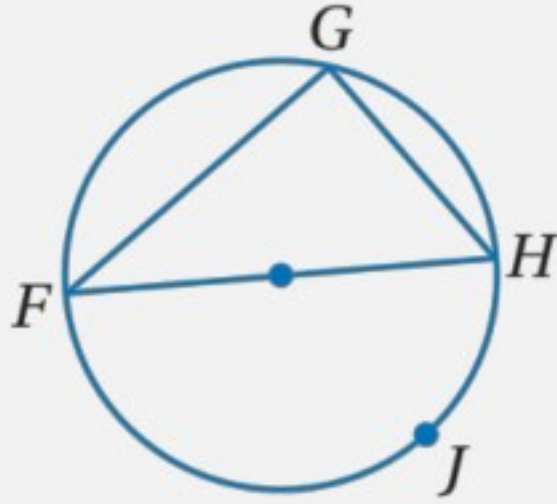
إذا قابلت زاويتان محيطيتان في دائرة القوس نفسه أو قوسين متطابقين ، فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.



$\angle B \cong \angle C$ ، إذن $\widehat{AD}$ تقابلان $\angle B$, $\angle C$

زوايا المضلعات المحاطة بدائرة

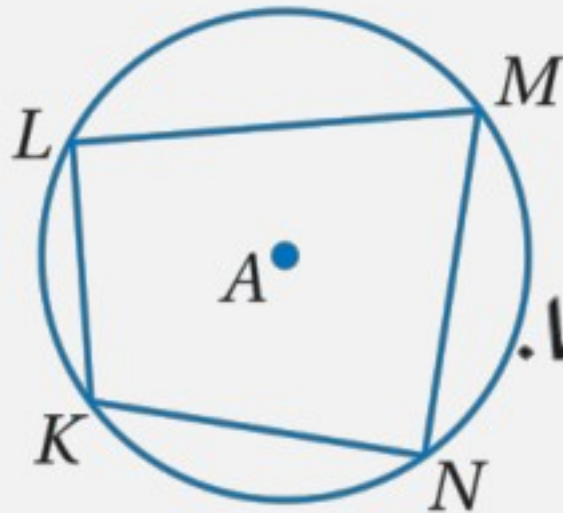
تقابل الزاوية المحيطية في مثلث قطراً أو نصف دائرة إذا وفقط إذا كانت هذه الزاوية قائمة.



إذا كانت $\widehat{FJH}$ نصف دائرة، فإن $m\angle G = 90^\circ$.

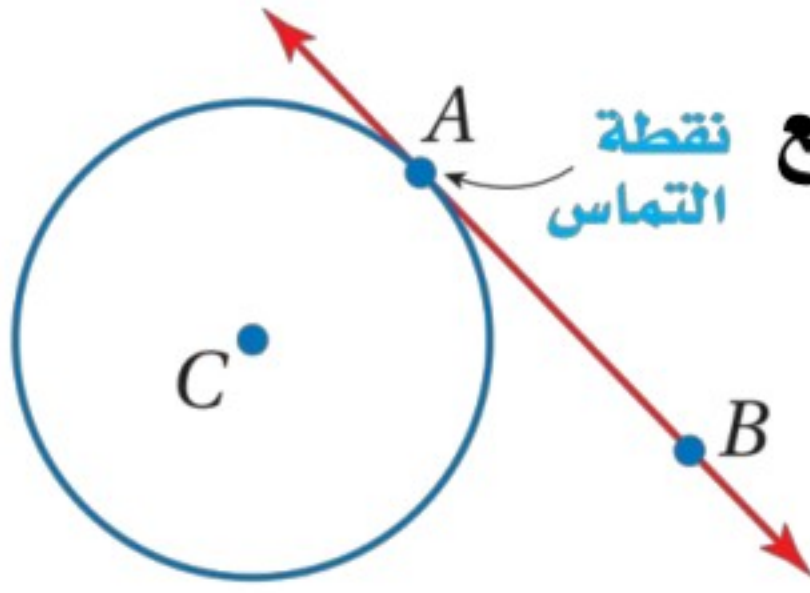
إذا كان $m\angle G = 90^\circ$ ، فإن $\widehat{FJH}$ هي نصف دائرة، ويكون $\overline{FH}$ قطراً فيها.

إذا كان الشكل الرباعي محاطاً بدائرة ؛ فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان .



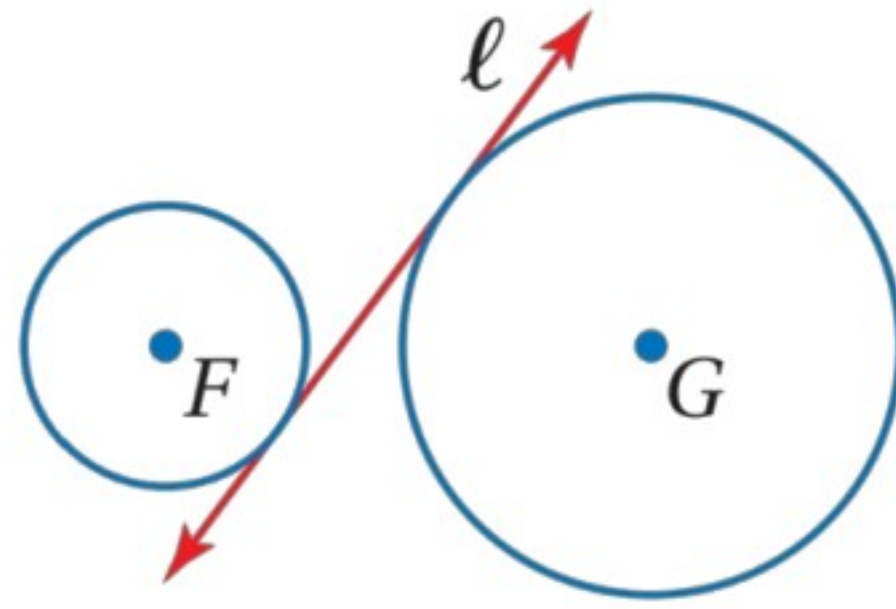
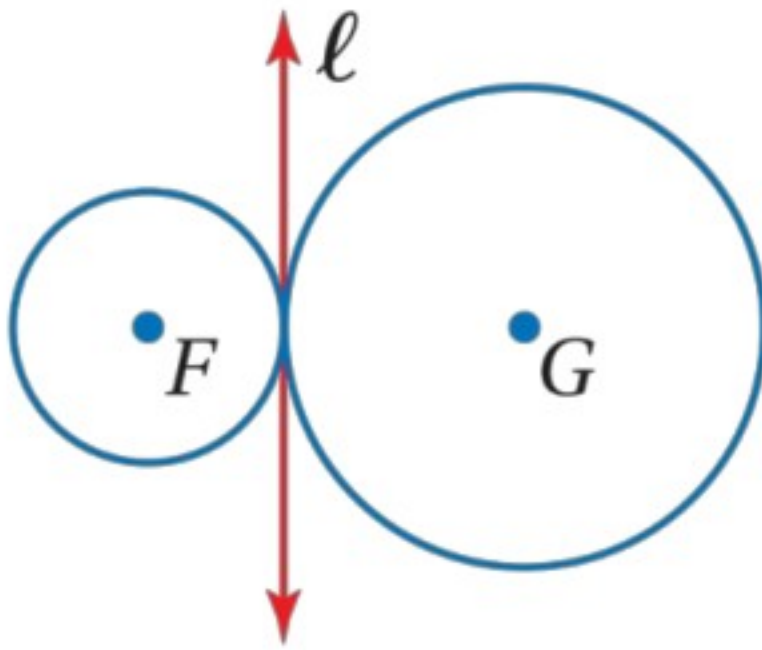
إذا كان الشكل الرباعي $KLMN$ محاطاً بـ $\odot A$ ، فإن $\angle L$, $\angle N$ متكاملتان و $\angle K$, $\angle M$ متكاملتان أيضاً.

المماسات



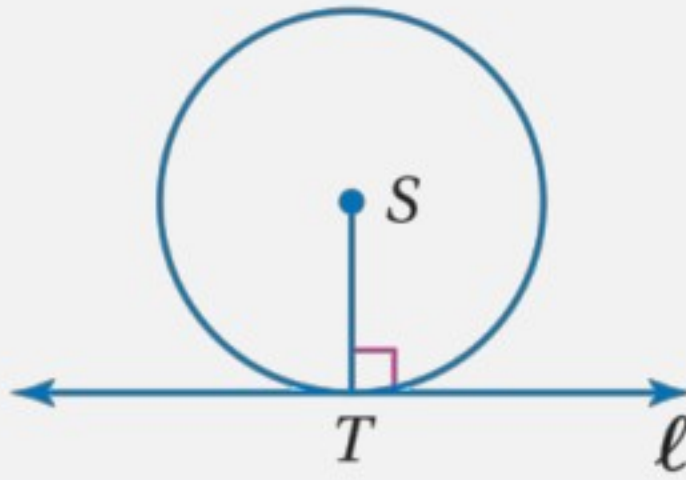
المماس : هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة ويقطعها في نقطة واحدة فقط. تسمى نقطة التماس.

المماس المشترك : هو مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تمس الدائرتين في المستوى نفسه.



أقصر مسافة من المماس إلى مركز الدائرة هي نصف القطر المار بنقطة التماس

يكون المستقيم مماساً للدائرة في المستوى نفسه ، إذا وفقط إذا كان عمودياً على نصف القطر عند نقطة التماس

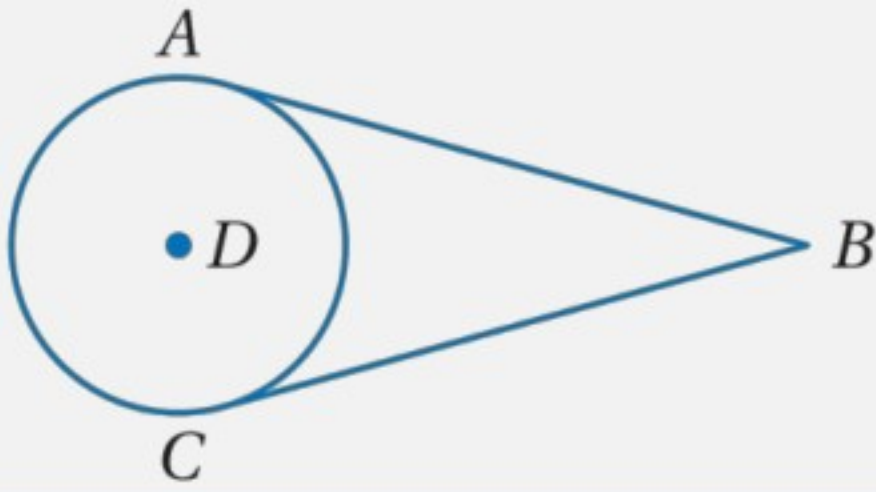


يكون المستقيم l مماساً لـ $\odot S$ ، إذا وفقط إذا كان $l \perp \overline{ST}$.

المماسات

نظرية الزاوية المحيطية

إذا رسمت قطعتان مستقيمان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان.



إذا كان $\overline{AB}$, $\overline{CB}$ مماسان لـ $\odot D$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.

المضلعات المحيطية بدائرة

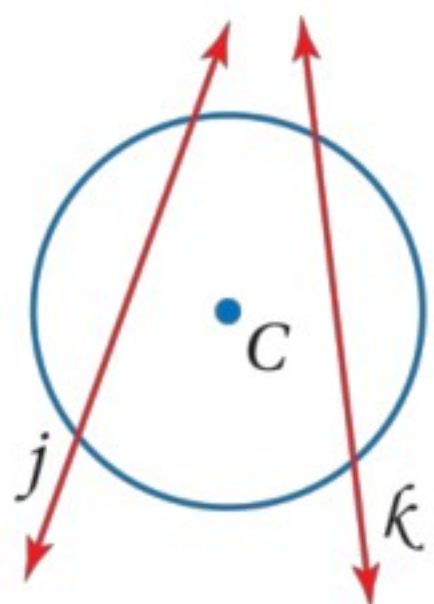
مضلعات ليست محيطية بدائرة



مضلعات محيطية بدائرة



القاطع والمماس وقياسات الزوايا

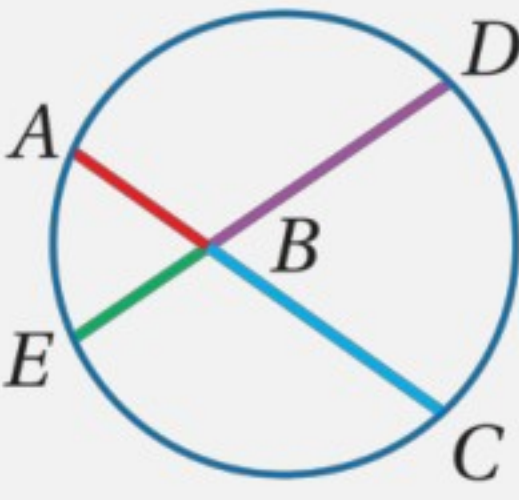
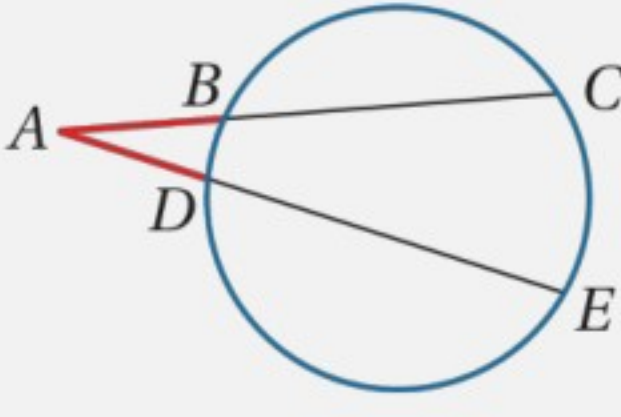
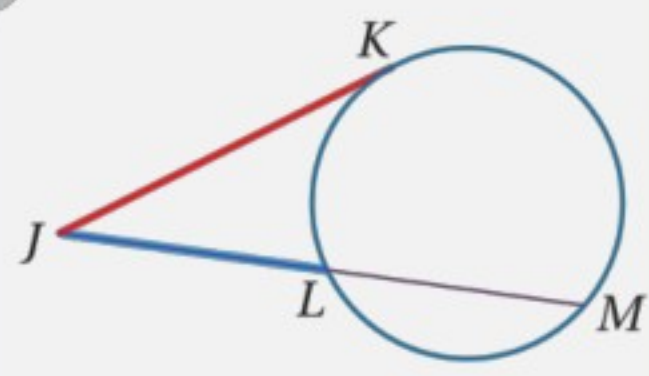


القاطع : هو مستقيم يقطع الدائرة في نقطتين فقط.

الدائرة وعلاقات الزوايا

قياس الزاوية	نماذج	موقع رأس الزاوية
$m\angle 1 = \frac{1}{2} x^\circ$		على الدائرة
$m\angle 1 = \frac{1}{2} (x^\circ + y^\circ)$		داخل الدائرة
$m\angle 1 = \frac{1}{2} (x^\circ - y^\circ)$		خارج الدائرة

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

مثال	الرسم	نظرية	
$AB \cdot BC = DB \cdot BE$		إذا تقاطع وتران في دائرة ؛ فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الثاني	قطع الوتر
$AC \cdot AB = AE \cdot AD$		إذا رُسم قاطعان لدائرة من نقطة خارجها ، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه ، يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.	القاطع
$JK^2 = JL \cdot JM$		إذا رُسم مماس وقاطع لدائرة من نقطة خارجها ، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه .	تقاطع مماس وقاطع خارج الدائرة

معادلتا الدائرة

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة

مركزها (0، 0) ونصف قطرها r

$$x^2 + y^2 = r^2$$

مركزها (h, k) ونصف قطرها r

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

يمكن إيجاد نصف قطر باستعمال
قانون المسافة بين نقطتين

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



الخاتمة

الحمد لله تعالى الذي وفقني في تقديم هذا الكتاب وقد بذلت كل الجهد والبذل لكي يخرج هذا الكتاب في هذا الشكل وأرجو من الله أن تكون رحلة ممتعة و شيقة وكذلك أرجو أن تكون قد ارتقت بدرجات العقل والفكر حيث لم يكن هذا الجهد بالجهد اليسير وأنا لا ندعي الكمال فإن الكمال لله عز وجل فقط

المراجع

ماجروهيل رياضيات اول ثانوي الفصل الدراسي الثاني ،
وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار .

